

Série
N° D'ORDRE
196

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Mareel SALVAT

*Ingénieur au Centre National de la Recherche Scientifique
au Laboratoire d'Optique Électronique de la Faculté des Sciences de Lyon*

PREMIÈRE THÈSE. — CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES LENTILLES
ACHROMATIQUES EN DIFFRACTION ÉLEC-
TRONIQUE.

DEUXIÈME THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 3 Juillet 1953 devant la Commission d'Examen

MM. DÉJARDIN	Président.
COURTY	} Examineurs.
BERNARD	
MOUSSA	

LYON
BOSC Frères
Imprimeurs-Éditeurs
42, quai Gailleton, 42

1954



Série
N° D'ORDRE
196

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Marcel SALVAT

*Ingénieur au Centre National de la Recherche Scientifique
au Laboratoire d'Optique Électronique de la Faculté des Sciences de Lyon*

PREMIÈRE THÈSE. — CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES LENTILLES
ACHROMATIQUES EN DIFFRACTION ÉLEC-
TRONIQUE.

DEUXIÈME THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 3 Juillet 1953 devant la Commission d'Examen

MM. DÉJARDIN	Président.
COURTY	} Examineurs.
BERNARD	
MOUSSA	

LYON
BOSC Frères
Imprimeurs-Éditeurs
42, quai Gailleton, 42

1954



- PREMIERE THESE -
-----++++-----

CONTRIBUTION A L'ETUDE DES LENTILLES ACHROMATIQUES

EN DIFFRACTION ELECTRONIQUE



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41554212_0034

- UNIVERSITE DE LYON - FACULTE DES SCIENCES -
=====

Doyen Honoraire

M. LONGCHAMBON

Professeurs Honoraires

MM. VESSIOT
DULAC
VANÉY
MEUNIER

MM. SIRE
FROMAGEOT
LOCQUIN
DE LARAMBERGUE

Doyen

M. DOUIN

Assesseur

M. EYRAUD

Professeurs

MM. LONGCHAMBON, Minéralogie
DOUIN, Botanique
DEJARDIN, Physique Générale
SOLLAUD, Zoologie
THIBAUD, Physique Atomique
EYRAUD, Calcul différentiel et intégral
THORAL, Géologie
DOEUVRE, Chimie Organique
CORDIER, Physiologie
PRETTRE, Chimie Industrielle
KUHNER, Botanique
COURTY, Chimie-Physique
MALECOT, Mécanique rationnelle
PARIS, Chimie Minérale
AUMERAS, Chimie
BERNARD, Physique
VIRET, Géologie
COLONGE, Chimie

Maître de Conférences Honoraire

M. MOURIER DES GAYETS

Maitres de Conférences

MM. MEUNIER, Chimie Biologique
JANIN, Physique
MOUSSA, Physique
NIGON, Zoologie
Mme CHAIX, Chimie Physiologique

MM. MENTZER, Chimie Biologique
WAUTIER, Zoologie
BRACONNIER, Mathématiques
CUEILLERON, Chimie
SCHNELL, Botanique

Chargés de cours complémentaires

MM. DUFAY, Astronomie et Physique Supérieure
STRIFFLING, Météorologie
PELLETIER, Géologie
Mme FIASSON, Zoologie
MM. GARRIGUES, Botanique
MESNARD, Physique
PENNANEAC'H, Mathématiques

MM. PIERRON, Chimie
GAUTHIER J, Chimie
MAZENOT, Géologie
GAUTRIER, Géologie
MURET, Botanique
FIASSON, Zoologie
TRANCHAT, Physique

Secrétaire

M. ROUX

Ce travail a débuté en Hollande à la faveur d'une bourse d'études offerte par la maison Descartes (Institut français d'Amsterdam), sur la proposition de M. le Professeur BERNARD.

A Monsieur l'ingénieur J.B. LE POOLE, Professeur à l'Ecole Polytechnique de Delft, je dois mon initiation à l'optique électronique, et au calcul des lentilles magnétiques.

Grâce à l'intérêt constant que M. le Professeur BERNARD, de la Faculté des Sciences de Lyon, a porté aux premières investigations théoriques, la réalisation pratique a pu voir le jour. Le diffractographe électronique et la lentille de correction décrits dans cette thèse ont été construits dans son laboratoire et sous sa direction.

Que M. BERNARD et M. LE POOLE trouvent ici l'expression de mes sentiments les plus reconnaissants.

Je remercie également M. le Professeur H.B. DORGELO pour l'accueil qu'il m'a réservé et la Maison Descartes en la personne de son directeur M. GUILHOU, Professeur à l'Université d'Amsterdam, pour son soutien moral et matériel.

Je remercie aussi tout spécialement M. le Professeur DEJARDIN pour l'accueil qu'il m'a réservé à l'Institut de Physique générale et l'honneur qu'il m'a fait en présidant le jury de thèse.

MM. les Professeurs COURTY, BERNARD et MOUSSA ont bien voulu constituer le jury, qu'ils trouvent ici l'expression de ma gratitude.

Enfin, je n'oublierai pas l'aide que m'ont portée mes amis hollandais, en particulier M. l'Ingénieur-docteur W.A. LE RUTTE et M. J. VAN HENGEL, non plus que l'esprit de camaraderie dans lequel j'ai travaillé à Lyon aux côtés de Mlles Berger et Bernard, MM. Davoine, Pernoux et Rivière, et, si M. PILLET, mécanicien du laboratoire d'optique électronique, vient en dernier dans cette énumération, c'est simplement pour mieux mettre en valeur la part qu'il a prise à cette réalisation.

L'aberration chromatique en
diffraction électronique.-

On sait qu'un pinceau électronique accéléré sous quelques kilovolts (en pratique entre 10 et 100 kv) est capable de traverser une pellicule de matière dont l'épaisseur est inférieure à 1/10 de micron. S'il s'agit d'une préparation cristalline, le pinceau peut être dévié suivant des directions privilégiées. De semblables phénomènes sont aussi observés avec les rayons X, et l'analogie est d'ailleurs théoriquement et expérimentalement justifiée car d'une part on sait attribuer aux électrons en mouvement une longueur d'onde, depuis les travaux de Louis de Broglie, d'autre part la loi de Bragg s'applique à cette longueur d'onde; voyons ces relations :

Louis de Broglie a introduit une relation entre la longueur d'onde λ "associée" à un électron en mouvement et la quantité de mouvement de cet électron, soit :

$$(1) \quad \lambda = \frac{h}{mv} \quad (h = \text{constante de Planck})$$

Dans (1) on peut introduire la tension d'accélération car elle est liée à la vitesse finale prise par l'électron par la relation :

$$(2) \quad \frac{1}{2} mv^2 = eV$$

En tirant v de (2) et en portant dans (1), il vient :

$$(3) \quad \lambda = \frac{h}{m \sqrt{\frac{2eV}{m}}}$$

En donnant à h , e et m leurs valeurs, on obtient la formule pratique :

$$(4) \quad \lambda \text{ (en \AA)} = \sqrt{\frac{150}{V}} \quad (V \text{ en volts})$$

Par exemple pour des tensions de l'ordre de 60 kV, λ est voisin de 0,05 Å.

D'un autre côté on a pu vérifier la validité de la relation de Bragg en diffraction électronique, soit :

$$(5) \quad 2D \cdot \sin\theta = \lambda,$$

où θ est l'angle de diffraction de Bragg et D la distance des plans d'atomes provoquant cette réflexion sélective, λ est la longueur d'onde donnée par (4). La figure 1 montre les paramètres d et θ . Avec (4), la relation (5) devient :



fig. 1

$$(6) \quad 2D \cdot \sin\theta = \sqrt{\frac{150}{V}} \quad (D \text{ en \AA}, V \text{ en volts})$$

On peut simplifier (6) car D étant de l'ordre de quelques $\text{\AA}$, pour $\lambda = \frac{1}{20} \text{ \AA}$ par exemple, on a :

$$2\sin\theta \approx \frac{1}{20} D \approx \frac{1}{20} \text{ radian}$$

Dans ces conditions on peut remplacer $\sin\theta$ par θ et on obtient :

$$(7) \quad 2D \cdot \theta = \sqrt{\frac{150}{V}} = 12,25 \cdot V^{-1/2}$$

La formule (7) montre que pour une distance réticulaire D donnant lieu à diffraction, l'angle θ est fonction de la tension d'accélération. Précisons cette remarque. En différentiant (7), il vient :

$$(8) \quad \frac{d(2\theta)}{2\theta} = -\frac{1}{2} \frac{dV}{V}$$

La relation (8) montre que les variations relatives de θ sont du même ordre que les variations relatives de V .

Si L est la distance entre la préparation et l'écran d'observation la figure de diffraction correspondant à l'angle θ est située sur le cercle de rayon $R = L \cdot 2\theta$ (voir fig. 2) de sorte qu'on a :

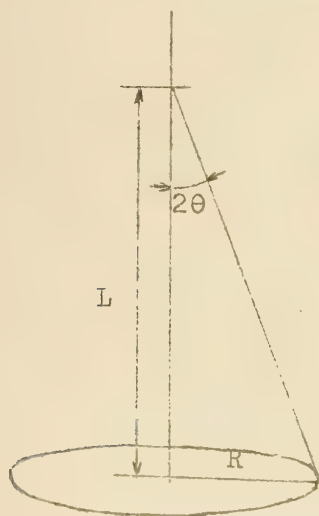


fig. 2

$$\frac{dR}{R} = \frac{d(2\theta)}{2\theta}$$

ce qui donne pour (8), la formule :

$$(9) \quad \frac{dR}{R} = -\frac{1}{2} \frac{dV}{V}$$

Les variations de tension provoquent un déplacement des figures de diffraction suivant le rayon R . C'est cet élargissement des spots de diffraction que nous appelons l'aberration chromatique en diffraction électronique.

Au Congrès de Microscopie Electronique de Delf (juin 1949) J.-B. Le Poole a montré qu'on peut corriger ce déplacement en utili-

sant l'aberration chromatique d'une lentille électronique de faible puissance placée entre la préparation et l'écran.

Dans les pages qui suivent, nous exposerons et discuterons :

- 1) La théorie de la correction d'après J.-B. Le Poole
- 2) Le calcul de lentilles magnétiques permettant de la réaliser.
Nous traiterons d'abord un cas simple puis nous envisagerons la possibilité de construire une lentille autostabilisée vis-à-vis des ampères tours d'excitation.
- 3) La réalisation d'une lentille autostabilisée suivant la théorie du chapitre 2 et son application à un diffractographe électronique.
- 4) D'autres solutions possibles pour la correction de l'aberration.

Nous terminerons cet exposé par deux notes sur :

- I) L'intégration de l'équation de la trajectoire dans les lentilles électroniques,
- II) La distorsion de ces lentilles et la correction de ce défaut.

Il sera fait largement appel aux résultats acquis dans ces deux notes pour justifier certains raisonnements des 4 premiers chapitres.

- Théorie de la correction -

1) Cas d'une lentille entre

l'objet et l'écran. -

Il est intéressant d'introduire des valeurs numériques dans la relation (9) pour montrer l'importance de l'aberration lorsque la tension varie.

Supposons qu'on réalise un diagramme de poudre de rayon $R = 20\text{mm}$ et que la variation relative de tension soit $\frac{dV}{V} = \frac{5}{100}$. On a immédiatement :

$$dR = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{100} \cdot 20 = \frac{1}{2} \text{ mm}$$

Cet élargissement de "raie" est considérable. J.-B. Le Poole a montré qu'on peut rendre la variation relative, $\frac{dR}{R}$, de l'ordre de $\left(\frac{dV}{V}\right)^2$. Voyons comment.

Supposons une lentille magnétique de faible puissance placée entre l'objet (la préparation) et l'écran. La distance focale étant grande, on peut l'exprimer par la formule simple :

$$(10) \quad \frac{1}{f} = \frac{e}{8 m V} \int_{-\infty}^{+\infty} H^2(z) dz \quad \text{établie par Busch (1)}$$

f désigne la distance focale de la lentille, $H(z)$ le champ magnétique sur l'axe de la lentille (voir fig.1, note I pour la forme de la fonction $H(z)$), V la tension sous laquelle on a accéléré les électrons traversant la lentille, e et m la charge et la masse de l'électron. La formule (10) par ailleurs est le premier stade de l'intégration de l'équation différentielle du mouvement de l'électron dans une lentille magnétique. Dans la note I nous montrons comment on obtient cette formule. Il est intéressant par la suite d'écrire (7) et (10) respectivement sous la forme :

$$(11) \quad 2\theta = \frac{C_1}{\sqrt{V}}$$

(C_1 étant une constante pour une distance réticulaire donnée)

$$\text{et } (12) \quad \frac{1}{f} = \frac{C_2}{V}$$

(1) H. BUSCH.- Ann. der Physik, 81, 974-993, 1926.

(C_2 étant une constante tant que $\int_{-\infty}^{+\infty} H^2 dz$ est constant, c'est-à-dire pour une excitation donnée).

(11) et (12) permettent de comprendre la possibilité de la correction envisagée (figure 3) :

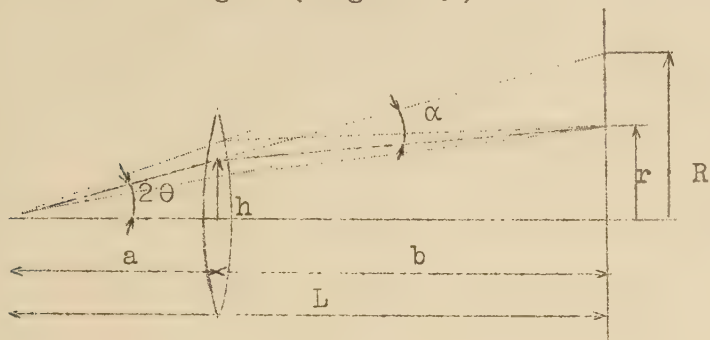


fig. 3

l'angle α que font le rayon incident et le rayon émergent est donné par la formule de l'optique géométrique élémentaire :

$$(13) \quad \alpha = \frac{h}{f}$$

h étant la hauteur d'incidence et f la distance focale de la lentille. Tenant compte de

l'expression (12) pour la puissance, (13) devient :

$$(14) \quad \alpha = h \frac{C_2}{V}$$

(14) signifie que la lentille magnétique a une aberration chromatique. (11) et (14) montrent que 2θ et α varient dans le même sens lorsque V varie. On conçoit alors que les trois rayons tracés sur la figure 3 puissent être amenés à se couper sur l'écran. Le calcul suivant précise ce point de vue. Avec les notations de la figure 3 calculons r sachant que 2θ et α sont petits :

$$r = 2\theta (a+b) - \alpha b = 2\theta (a+b) - \frac{h}{f} b$$

$$r = 2\theta (a+b) - \frac{2\theta \cdot a \cdot b}{f}$$

$$\text{d'où } (15) \quad r = 2\theta \left((a+b) - \frac{ab}{f} \right)$$

Exprimons r en fonction de la tension d'accélération V grâce aux formules (11) et (12). On obtient :

$$(16) \quad r = \frac{C_1}{\sqrt{V}} \left((a+b) - \frac{ab \cdot C_2}{V} \right)$$

La condition pour que r soit indépendant de V que nous appelons condition d'achromatisme s'exprime par :

$$\frac{dr}{dV} = 0$$

Ce calcul est facile; on trouve : $\frac{dr}{dV} = -\frac{1}{2} C_1 V^{-3/2} \left(a+b - \frac{3ab}{f} \right) = 0$

d'où (17) $a+b = \frac{3}{f} ab$

La condition d'achromatisme est donc une relation entre la puissance de la lentille et sa place entre l'objet et l'écran.

Cette relation a été indiquée pour la première fois par J.-B. Le Poole. Pour fixer les trois variables, nous pouvons choisir encore deux relations. En fait la distance objet-écran L est donnée par construction; ce qui conduit à une deuxième relation, soit :

(18) $a+b = L$

Il reste cependant la possibilité de joindre encore une relation. Pour la troisième, on peut choisir par exemple que le plan focal de la lentille se trouve confondu avec l'écran, c'est-à-dire :

(19) $b = f$

(19) n'est autre que la condition d'indépendance de r par rapport à la distance objet-lentille a (voir fig.3), soit :

$$\frac{dr}{da} = 0$$

de (17), (18) et (19), on tire :

(20) $f = \frac{2}{3} L$

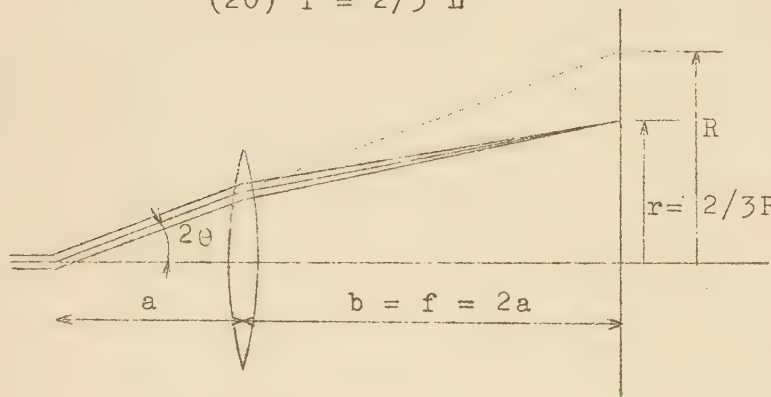


fig. 4

(21) $r = \frac{2}{3} R$

Tous ces résultats sont portés sur la figure 4 qui montre la marche d'un faisceau diffracté parallèle. Etudions (17) en prenant a comme variable c'est-à-dire en remplaçant b par $L - a$. Il vient :

$$L = \frac{3a(L-a)}{f}$$

$$\text{ou } a^2 - La + \frac{fL}{3} = 0$$

Cette équation a une solution double si $f = \frac{3}{4} L$ auquel cas $a = L/2$. Elle n'a pas de solutions si $f > \frac{3}{4} L$. Elle a 2 solutions si $f < \frac{3}{4} L$.

Il est intéressant d'avoir une expression de r lorsque l'achromatisme est réalisé; de (17) on tire :

$$\frac{ab}{f} = \frac{1}{3} (a+b)$$

ce qui porté dans (15) donne :

$$r = 2\theta \cdot \frac{2}{3} (a+b)$$

$$r = \frac{2}{3} \cdot 2\theta \cdot L$$

Par exemple si on fait $f = 2/3 L$, on trouve les valeurs $\begin{cases} a_1 = L/3, \\ a_2 = 2/3 L \end{cases}$.
Ce dernier résultat est schématisé par la figure 5.

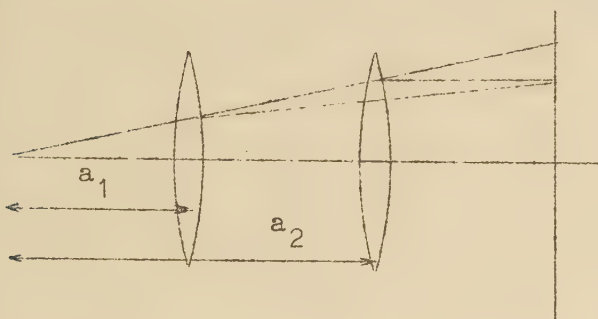


fig. 5

C'est la valeur $a_1 = L/3$ qui est la plus avantageuse pour 2 raisons; on a d'abord : $b = f$ ce qui signifie comme on l'a expliqué plus haut qu'un faisceau parallèle se trouvera focalisé sur l'écran. Ensuite cette position de la lentille est meilleure vis à vis de la distor-

sion. Pour éviter une distorsion prohibitive il faut utiliser le champ au voisinage de l'axe. On a donc avantage à se trouver près de l'objet ce qui est le cas dans la figure 5.

Si on fait $f = L/3$, on trouve les valeurs : $\begin{cases} a_1 = 0,13 L \\ a_2 = 0,87 L \end{cases}$

Bien entendu c'est la valeur $0,13 L$ qu'il faut choisir. Mais d'autre part, ceci montre qu'il peut être avantageux de n'être pas exactement focalisé sur l'écran car alors la lentille étant placée plus près de l'objet, la distorsion est pratiquement éliminée. Cette solution est schématisée par la figure 6.

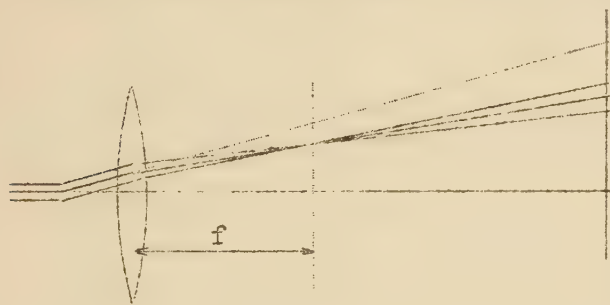


fig. 6

dans ce cas la relation $\frac{dr}{da} = 0$ n'est pas satisfaite.

On a vu (formule 16) que r est fonction de V et on a trouvé la relation d'achromatisme par la condition $\frac{dr}{dV} = 0$. Bien entendu la correction n'est obtenue que pour un petit domaine de variation. Si on veut con-

naître l'efficacité de la lentille, il faut calculer la dérivée seconde de r par rapport à V . On a :

$$\Delta r = dr + 1/2 d^2r$$

$$\Delta r = \frac{dr}{dV} dV + 1/2 \frac{d^2r}{dV^2} dV^2 + \dots$$

Et puisque $\frac{dr}{dV} = 0$, il reste :

$$\Delta r = 1/2 \frac{d^2r}{dV^2} dV^2$$

$$\begin{aligned}
 \text{Or } \frac{d^2 r}{dV^2} &= \frac{d}{dV} \left(-\frac{1}{2} C_1 V^{-3/2} \left(L - \frac{3 ab C_2}{V} \right) \right) \\
 &= \frac{3}{4} V^{-2} (L C_1 V^{-1/2} - 5 C_1 C_2 ab V^{-3/2}) \\
 &= \frac{3}{4} V^{-2} (20.L - 5.20. \frac{ab}{f}) \\
 &= \frac{3}{4} V^{-2}.20 (L - 5 \frac{ab}{f})
 \end{aligned}$$

Mais puisque $\frac{dr}{dV} = 0$ signifie $L = \frac{3 ab}{f}$, ou $ab = \frac{Lf}{3}$, il vient :

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 r}{dV^2} &= -\frac{3}{4} V^{-2}.20.2/3 L = -\frac{3}{4} V^{-2}.r \\
 \Delta r &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} V^{-2}.r. dV^2
 \end{aligned}$$

$$(22) \quad \frac{\Delta r}{r} = -\frac{3}{8} \left(\frac{dV}{V} \right)^2$$

Si on se place dans les conditions numériques du début du chapitre soit $\frac{dV}{V} = 5/100$ on trouve, en appliquant (20), $\frac{\Delta r}{r} < 1/1000$

Dans les mêmes conditions, pour un rayon de la figure de diffraction $R = 20$ mm (sans lentille interposée), cela signifie $r = 2/3 R = 40/3$ mm (lorsque la lentille fonctionne) et l'élargissement de "raie" est :

$$\frac{\Delta r}{r} = 1/1000 \cdot 40/3 \neq 13 \text{ microns}$$

(au lieu de $\frac{1}{2}$ mm sans lentille de correction, comme on l'a calculé au début de ce chapitre)

2) Cas de deux lentilles entre

l'objet et l'écran.-

Nous supposons maintenant le cas où l'on introduit deux lentilles entre l'objet et l'écran. Le cas de 2 (ou même 3) lentilles interposées est intéressant parce qu'il introduit des paramètres supplémentaires ce qui laisse la possibilité de corriger complètement la distorsion inévitable avec une seule lentille. Les différentes grandeurs utiles pour le calcul sont indiquées sur la figure 7.

En se plaçant dans les conditions de l'approximation de Gauss c'est-à-dire en utilisant les formules :

$$\alpha_1 = \frac{h_1}{f_1} \quad \text{et}$$

$$\alpha_2 = \frac{h_2}{f_2}$$

On peut calculer r en fonction des paramètres géométriques : a, d_1, d

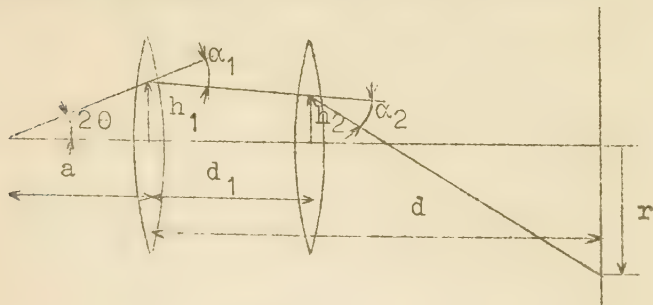


fig. 7

et des distances focales f_1 et f_2 . Les puissances des lentilles étant fonction de V d'après (10), on trouvera finalement r en fonction de V : Avec les notations de la figure on trouve en effet :

$$(23) \quad r = 2\theta \left((a+d) + \frac{ad_1(d-d_1)}{f_1 f_2} - \frac{ad}{f_1} - \frac{(d-d_1)(a+d_1)}{f_2} \right)$$

Posons :

$$\frac{1}{f_1} = \frac{A_1}{V}, \quad \frac{1}{f_2} = \frac{A_2}{V}, \quad 2\theta = \frac{B}{\sqrt{V}}$$

En portant ces valeurs dans (23) on trouve $r = r(a, d, d_1, V)$, et la condition d'achromatisme s'obtient en faisant :

$$\frac{dr}{dV} = 0, \text{ on trouve facilement :}$$

$$(24) \quad a - f_1 \frac{3(d-d_1)d_1 - df_2}{f_1 f_2 + 5d_1(d-d_1) - 3df_2 - 3(d-d_1)f_1} = 0.$$

C'est la relation d'achromatisme pour deux lentilles. La condition (24) est de la forme $G(a, d_1, d, f_1, f_2) = 0$. On a le choix de 4 autres relations entre les cinq paramètres a, d, d_1, f_1, f_2 .

On peut y joindre par exemple :

la condition que le plan focal du système des 2 lentilles soit confondu avec l'écran d'observation, ce qui revient à faire $\frac{dr}{da} = 0$. En dérivant (23) par rapport à a , on obtient :

$$\frac{dr}{da} = 2\theta \left(1 + \frac{d_1(d-d_1)}{f_1 f_2} - \frac{d}{f_1} - \frac{d-d_1}{f_2} \right)$$

La condition de focalisation est donc :

$$1 + \frac{d_1(d-d_1)}{f_1 f_2} - \frac{d}{f_1} - \frac{d-d_1}{f_2} = 0$$

qu'on peut écrire :

$$(25) \quad d = d_1 + f_2 \frac{d_1 - f_1}{d_1 - f_1 - f_2}$$

On peut ajouter la condition pour que la distorsion du système soit nulle. Dans la note II sur la distorsion nous montrons comment il faut conduire les calculs. Cette relation est :

$$(26) \quad \frac{k_1}{k_2} = f_2^2 \frac{(d_1 - f_1)(d_1 + f_1)^3}{(2d_1^2 - 2d_1 f_1 + f_1 f_2)^3}$$

où k_1 et k_2 caractérisent l'aberration sphérique de chaque lentille. On peut d'ailleurs porter la valeur de $d - d_1$ prise dans (25),

dans (24) de façon à éliminer d . On obtient :

$$(27) \quad a = \frac{f_1}{2} \cdot \frac{f_1 f_2 - 2d_1 f_1 + 2d_1^2}{f_1 f_2 - 2d_1 f_1 + d_1^2 + f_1^2}$$

(25), (26) et (27) déterminent un système qui donne des figures de diffraction indépendantes de la position de l'objet, indépendantes des variations de tension et sans distorsion.

Au chapitre suivant nous calculons un système de deux lentilles. Leur puissance est malheureusement trop faible pour escompter une correction de la distorsion. Il est toutefois intéressant de constater que la relation (21) $r = 2/3 R$ est presque vérifiée.

En effet (24) peut se transformer facilement en :

$$a+d + \frac{5ad_1(d-d_1)}{f_1 f_2} = \frac{3ad}{f_1} + \frac{3(d-d_1)(a+d_1)}{f_2}$$

$$\text{d'où} \quad \frac{ad}{f_1} + \frac{(d-d_1)(a+d_1)}{f_2} = 1/3 (a+d) + 5/3 \frac{ad_1(d-d_1)}{f_1 f_2}$$

Cette égalité permet de transformer (23) en :

$$r = 2\theta \left(\frac{2}{3} (a+d) - \frac{2}{3} \frac{ad_1(d-d_1)}{f_1 f_2} \right)$$

$$r = 2\theta \cdot \frac{2}{3} (a+d) \left(1 - \frac{ad_1(d-d_1)}{(a+d)f_1 f_2} \right)$$

$$(28) \quad r = \frac{2}{3} R \left(1 - \frac{ad_1(d-d_1)}{(a+d)f_1 f_2} \right)$$

(28) diffère de (21) par un terme correctif. Nous ferons les remarques suivantes : dans (21), r a le signe de R (supposons R positif)

dans (28), r a le signe de $1 - \frac{ad_1(d-d_1)}{(a+d)f_1 f_2}$ qui peut être négatif.

Autrement dit (21) interdit de couper l'axe optique, (28) permet de couper l'axe optique, or c'est une condition essentielle pour qu'on puisse corriger la distorsion.

Tant que les puissances sont faibles (f_1 et f_2 grands), le terme $\frac{ad_1(d-d_1)}{f_1 f_2 (a+d)}$ est petit devant 1. Prenons des valeurs numériques.

Supposons : $a = 10$ cm, $d-d_1 = 10$ cm, $d_1 = 30$ cm, $f_1 = f_2 = 60$ cm.

$$\text{On trouve} \quad \frac{ad_1(d-d_1)}{f_1 f_2 (a+d)} = \frac{1}{60}$$

Le terme correctif est donc faible.

Calcul de lentilles magnétiques achromatiques en diffraction électronique

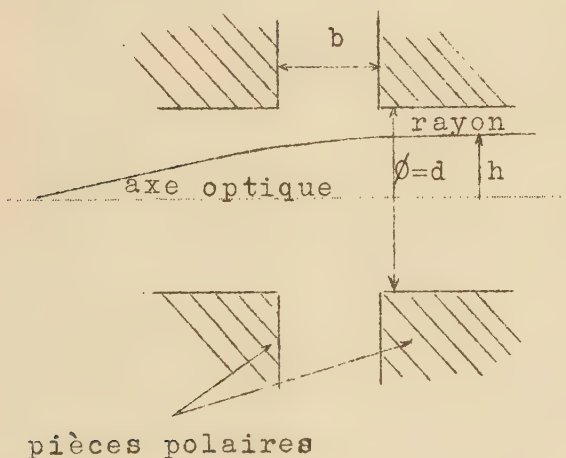
Nous allons donner le détail des calculs d'une lentille magnétique achromatique au sens de la diffraction électronique. Nous nous placerons d'abord dans un cas simple. Puis nous étudierons le cas plus compliqué où l'on désire stabiliser le champ magnétique vis-à-vis de l'excitation.

I. Etude d'un cas

simple.— Plaçons nous dans les conditions d'utilisation $f = 2/3 L$ (fig. 3). On a vu que ceci entraîne : $b = 2/3 L$ et $a = L/3$. Le calcul est guidé par des considérations sur l'importance de la distorsion, qu'on admet. Cette distorsion affecte les anneaux de diffraction les plus extérieurs et les rapproche du centre (distorsion en barillet). Le Poole et Von Ments ⁽²⁾ ont indiqué une formule donnant la variation de la puissance de la lentille en fonction de la distance à l'axe. C'est cette expression de l'aberration sphérique soit :

$$(29) \frac{\Delta f}{f} = 2,4 \frac{h^2}{c^2} \quad \text{avec} \quad c^2 = b^2 + d^2$$

que nous allons utiliser. Les paramètres b , d et h sont indiqués sur la figure 8.



fig; 8

Dans le cas présent, il se pose le problème de rendre la distorsion plus petite qu'un certain pourcentage. On peut se proposer de la rendre inférieure à 1 % pour les anneaux les plus grands qu'on suppose avoir un rayon de 2,5 cm lorsque la lentille fonctionne. Cela signifie que la hauteur d'incidence du rayon entrant dans la lentille est :

$h = 1,25 \text{ cm.}$ On veut donc :

$$2,4 \frac{h^2}{c^2} < 1/100$$

⁽²⁾ Van Ments M. et Le Poole J.B.- Appl. Sc. Res. B.1, 1947, 14.

$$c^2 > 240 (1,25)^2 \text{ d'où } c^2 > 375$$

On prendra par exemple $d = 15$ cm et $b = 13$ cm. La lentille aura la

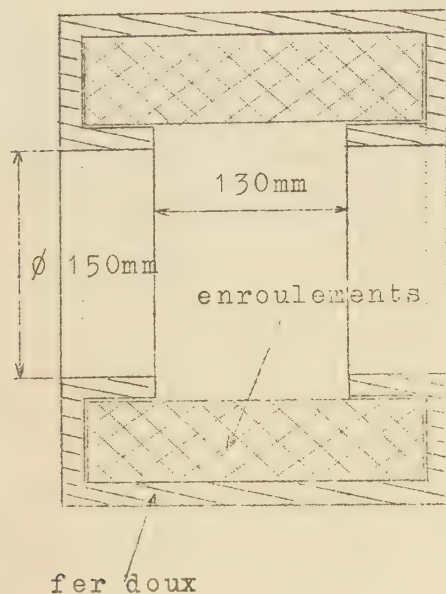


fig. 9

forme schématisée par la figure 9. Ses caractéristiques principales sont d'être une lentille de faible puissance et de grandes dimensions en tous sens. En fait, une telle lentille se rapproche beaucoup de celles qu'ont utilisées en spectrographie β , Klemperer, Cosslett et surtout Siegbahn qui en a donné une étude intéressante ⁽³⁾. Dans les conditions précédentes, pour un cercle de diffraction de 3 cm, ramené à 2 lorsque la lentille fonctionne, la hauteur d'incidence du rayon dans la lentille est 0,5 cm.

$$\frac{\Delta f}{f} = 2,5 \frac{(0,5)^2}{15^2 + 13^2} = 1/600$$

La distorsion est donc pratiquement négligeable dès que le diamètre des cercles de diffraction est inférieur à 3 cm. Elle atteint, dans les mêmes conditions, 1 % pour des diamètres non utilisés en pratique (8 cm).

En résumé, avec une telle lentille on peut se rendre indépendant des variations de la tension d'accélération sans que la distorsion des anneaux extrêmes atteigne des valeurs prohibitives.

Remarquons que l'emploi d'une lentille magnétique simple entraîne une rotation des figures de diffraction autour du centre de symétrie. Cette rotation est donnée par la formule : $\phi = 0,186\sqrt{K}$ avec $K = \frac{(nI)^2}{V}$ où nI représente les ampères-tours d'excitation (peu différent de la chute magnétomotrice dans l'entrefer) et V la tension d'accélération. D'autre part, la formule (10) p. 4 montre que la puissance de la lentille dépend de l'excitation puisque $H(z)$ est fonction de I . Pour stabiliser la puissance de la lentille à 1 % près, il faut stabiliser $H^2(z)$ à 1 % et par suite $H(z)$ à $\frac{1}{2}$ %. $H(z)$ et I sont sensiblement

⁽³⁾ Arkiv für Mat. Astr. och Phys., Band 27, n° 17, 1942.

proportionnels; cela implique donc une stabilisation à $\frac{1}{2} \%$ près de l'excitation.

Nous verrons plus loin comment, sur une suggestion de Le Poole, nous avons réussi à nous libérer de cette nécessité de stabiliser le courant d'excitation mais, avant de traiter ce problème, montrons comment on calcule le circuit magnétique de la lentille de la figure 8, c'est-à-dire la quantité encore inconnue, le nombre d'ampères-tours nécessaires pour obtenir la distance focale désirée. On peut utiliser la formule :

$$(30) \quad f = 3,6 \sqrt{b^2 + d^2} \left(\frac{10}{K} + 0,04 \right) \quad (4)$$

avec

$$K = \frac{(nI)^2}{V_r}$$

Cette formule contient les paramètres intéressants que nous avons déjà définis (fig. 7). V_r est la tension corrigée par la relativité :

$$V_r = V(1 + 0,98 \cdot 10^{-6} V)$$

Prenons un exemple numérique avec les valeurs déjà calculées, soit $b = 13$ cm, $d = 15$ cm, pour une distorsion négligeable, supposons $V = 100.000$ volts; on trouve $V_r = 110.000$ volts. En supposant la distance objet-écran $L = 60$ cm, il faut $f = 40$ cm. Introduisant ces valeurs numériques, on a :

$$40 = 3,6 \sqrt{13^2 + 15^2} \left(\frac{10}{K} + 0,04 \right)$$

d'où l'on tire :

$$K \neq 20 \quad \text{et} \quad (nI)^2 = K \cdot V_r = 20 \cdot 110.000$$

$$nI \neq 1.500 \text{ ampères-tours.}$$

II. Etude d'une lentille

autostabilisée.-

Dans le cas simple envisagé plus haut, il est nécessaire d'avoir un courant d'excitation très stable. Nous allons montrer qu'on peut trouver un arrangement du circuit magnétique de la lentille tel que le champ sur l'axe soit stabilisé. Nous emploierons l'expression d'autostabilisation du champ. Nous examinons d'abord qualitativement la possibilité d'un tel phénomène puis nous donnons le principe du calcul du circuit magnétique compte tenu de la distance focale désirée. L'étude expérimentale d'une lentille construite sur ces bases est donnée au chapitre 3.

(4) Von Ardenne.- Elektronenübermikroskopie, 15.

a) Position du problème. - Considérons le circuit magnétique schématisé par la figure 10, dans lequel le flux est entretenu par une force magnétomotrice que nous appelons $n_3 I_3$ et dont la partie plus étroite A doit être plus rapidement amenée à la saturation. Appelons M_A la chute magnétomotrice dans A et $M_{(II)}$ la chute magnétomotrice dans l'entrefer II. On a :

$$(31) M_{(II)} = n_3 I_3 - M_A$$

si on néglige la chute magnétomotrice dans le fer ailleurs que dans A. Les 3 quantités $M_{(II)}$, M_A , $n_3 I_3$, varient avec I_3 comme l'indique la figure 11. En effet, $n_3 I_3$ varie linéairement et $M_{(II)}$ comme le champ

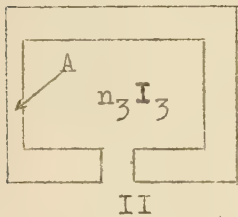


fig. 10

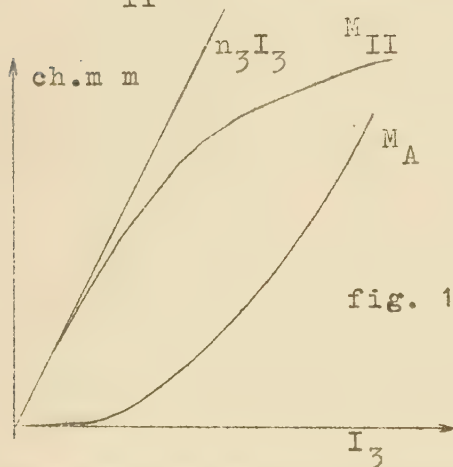


fig. 11

dans l'entrefer c'est-à-dire comme l'induction dans le fer qui est toujours croissante. Ceci signifie qu'il n'est pas possible de stabiliser le champ dans l'entrefer avec le circuit simple de la fig. 10. Mais, considérons le circuit magnétique de la fig. 12, p. 15. Ce n'est autre que le circuit primitif (noté 3 maintenant) auquel on a juxtaposé un circuit magnétique noté 2. Le fer A est commun aux circuits 2 et 3. Le circuit 2 possède un entrefer E de réluctance faible vis-à-vis de celle de l'entrefer II. Dans ces conditions, la chute magnétomotrice M dans A,

se trouve maintenant presque exclusivement commandée par la force magnétomotrice $n_2 I_2$. La formule (31) est toujours valable pour le circuit 3, avec la différence que M_A n'est pas commandée (ou presque pas) par la force magnétomotrice $n_3 I_3$. Cependant la pente de la droite $n_3 I_3$ peut maintenant être choisie comme on voudra sans influencer sensiblement sur M_A . En pratique, on pourra alimenter les circuits 2 et 3 avec le même courant et choisir n_2 et n_3 dans des limites assez larges. Les forces magnétomotrices deviennent $n_2 I$ et $n_3 I$, on a les courbes de la figure 13 (pour un sens relatif convenable des forces magnétomotrices).

En poursuivant cette idée, on voit même qu'on peut introduire dans

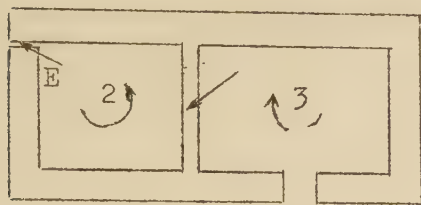


fig. 12

le circuit magnétique un entrefer supplémentaire I semblable à II de sorte que les chutes magnétomotrices y soient opposées. C'est ce qui est schématisé par la figure 14. Il suffit pour cela de prendre pour le nouveau circuit 1, un nombre de tours n_1 tel que :

$$n_1 = n_2 - n_3$$

Si maintenant le sens du courant dans les enroulements est choisi de sorte que les forces magnétomotrices $n_1 I$ et $n_3 I$ soient opposées à la force magnétomotrice $n_2 I$, en appliquant la loi de Kirchhoff au circuit indiqué en pointillé, on a :

$$M(I) + M(II) = n_2 I - (n_1 + n_3) I = 0.$$

Si $M(II)$ a un maximum, $M(I)$ en a nécessairement un aussi en même temps. Ainsi on aura un système de 2 lentilles autostabilisées et qui, de plus, ne provoquera pas la rotation du rayon électronique car la rotation due à l'une des lentilles sera compensée par la rotation due à l'autre.

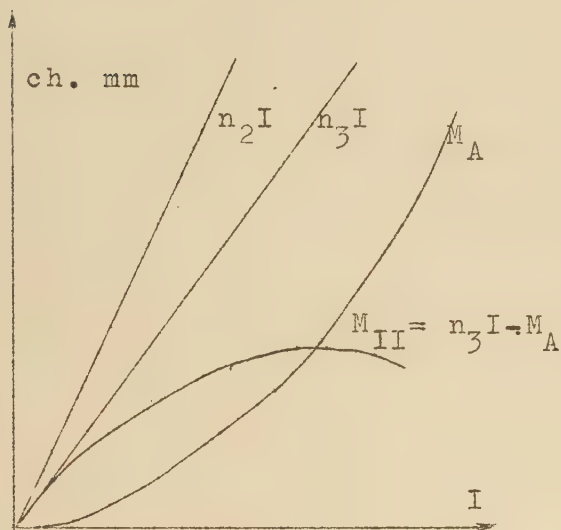


fig. 13

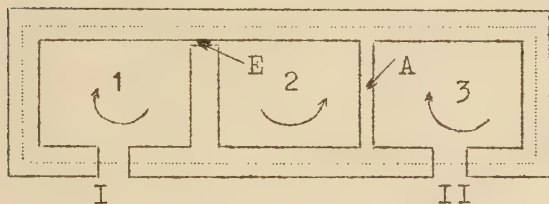


fig. 14

On a vu en effet la formule $\phi = 0,186 nI/\sqrt{V}$. Ici, nous aurons :

$$\phi = 0,186 \frac{M(I) + M(II)}{\sqrt{V}} = 0$$

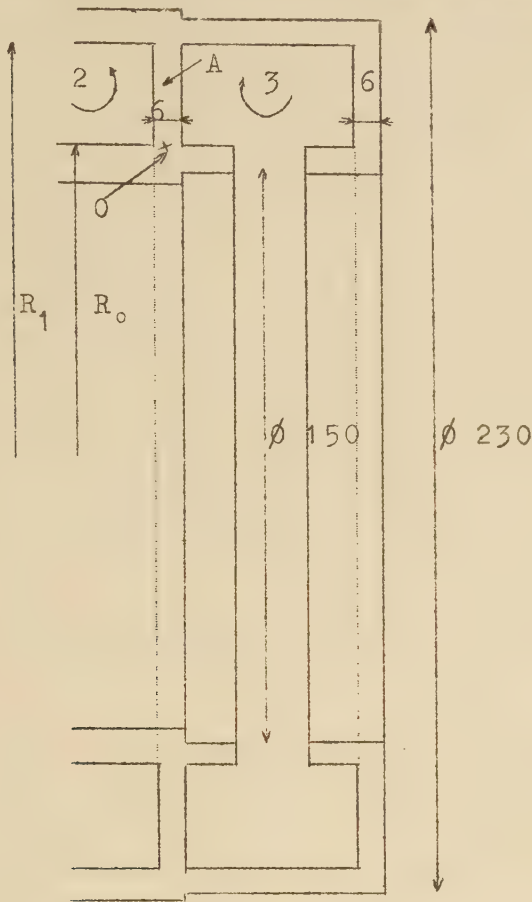
Calculons maintenant les ampères-tours nécessaires à l'obtention de la distance focale. Supposons que les deux lentilles soient assez près l'une de l'autre pour qu'on puisse les considérer comme accolées; avec cette approximation, si nous désirons par exemple comme plus haut, une distance focale de 40 cm, il faudra que chaque entrefer ait une distance focale de 80 cm. On en déduira la valeur de K à partir de (30). Avec les valeurs : $f = 80$ cm, $d = 15$ cm, $b = 2$ cm, $V = 100.000$ v ($V_r = 110.000$ v), on trouve : $nI = 880$ AT. Chaque entrefer doit avoir cette chute magnétomotrice.

b) Calcul du circuit magnétique.- Le calcul direct du circuit magnétique dans un cas simple tel que celui qui a été traité plus haut (fig. 9) est facile, car le fer n'est pas saturé par les inductions mises en jeu, de sorte que la chute magnétomotrice dans l'entrefer est égale à très peu près à la force magnétomotrice d'excitation. Nous avons calculé une chute magnétomotrice de 1500 AT comme exemple numérique. En conséquence, c'est aussi 1500 AT qui seront approximativement nécessaires pour l'excitation (par exemple : 1500 tours et 1 A).

Le calcul du circuit magnétique pour la lentille autostabilisée n'est pas aussi direct. Revenons par exemple aux valeurs que nous avons proposées plus haut, soit $b = 2$ cm, $d = 15$ cm, $nI = 880$ AT pour chaque entrefer. On en déduit immédiatement 440 AT /cm ou 550 oerst. pour le champ, et par conséquent une induction de 500 gauss environ dans le fer des pièces polaires. Cette valeur de l'induction est faible et on n'a aucun risque de saturation des pièces polaires ni d'aucune autre partie du circuit 3 (y compris la partie A) si, par exemple, on choisit une épaisseur de métal uniforme. Il faut en effet 20.000 gauss environ pour saturer le fer doux.

Le problème revient donc à calculer le circuit 2 de sorte qu'il puisse fournir l'induction voisine de 20.000 gauss pour la saturation de la partie A. Ceci est facile si on choisit, pour ce circuit, des épaisseurs de métal fortes vis-à-vis de l'épaisseur du fer en A. Il faut de plus que la réluctance de l'entrefer E soit suffisamment faible. On est donc ramené à résoudre le problème, classique en électromagnétisme, de la détermination d'un circuit magnétique avec une partie saturée. On sait que le problème se résout en se donnant l'induction en un point origine du circuit et en calculant de proche en proche les chutes magnétomotrices pour chaque section du circuit. On ne connaît donc la chute magnétomotrice totale (donc la force magnétomotrice à employer) qu'après avoir effectué une série de calculs. Pratiquement, on dresse un tableau des forces magnétomotrices en fonction des inductions B_0 prises à priori au point origine du circuit. Dans le cas présent, on a calculé les forces magnétomotrices correspondant à des inductions B_0 comprises entre 15.000 et 25.000 gauss en un point donné de la partie A du circuit 2. Ce point choisi comme origine est le point marqué 0 sur la figure 15, p. 17. Les résultats numériques

obtenus n'ont évidemment aucun caractère de généralité puisqu'ils



dépendent de la géométrie du circuit qu'on peut choisir arbitrairement entre de larges limites. Voici, brièvement résumés, les principes qui nous ont guidés dans les calculs. Nous avons admis que, dans le cas d'un matériau ferromagnétique, le champ H en un point du circuit est lié à l'induction B correspondante par la formule :

$$(32) H = h \exp. \left(\frac{B - b}{k} \right) \quad (5),$$

h et b étant d'autres valeurs particulières, (évidemment liées) du champ et de l'induction au même point; k est un coefficient que nous pouvons calculer en employant les graphiques donnés par Jasse où le champ est exprimé en AT/cm et l'induction en gauss. La valeur trouvée dans notre cas est $k \approx 2.000$

échelle : $\frac{1}{2}$ fig. 15

La chute magnétomotrice dans la section A du circuit magnétique est donnée par :

$$(33) M_A = \int_{R_0}^{R_1} H \cdot dR$$

où H prend la valeur donnée par (32). R_1 et R_0 sont les rayons qu'on retrouve sur la figure 15. On a donc :

$$(34) M_A = \int_{R_0}^{R_1} h \exp. \left(\frac{B - b}{k} \right) \cdot dR = h \exp. \left(- \frac{b}{k} \right) \int_{R_0}^{R_1} \exp. \left(\frac{B}{k} \right) \cdot dR$$

Comme le fer A a une épaisseur constante on a, en exprimant la conservation du flux : $BR = B_0 R_0$, de sorte que (34) se transforme en :

$$(35) M_A = h \exp. \left(- \frac{b}{k} \right) \int_{R_0}^{R_1} \exp. \left(\frac{B_0}{k} \cdot \frac{R_0}{R} \right) \cdot dR$$

(5) Voir E. Jasse.- Die Elektromagnete

Posant $R = R_0 + r$, il vient :

$$M_A = h \exp.(-b/k) \int_0^{R_1 - R_0} \exp.(B_0/k \cdot \frac{1}{1 + r/R_0}) \cdot dr$$

Faisant l'approximation $\frac{1}{1 + r/R_0} = 1 - r/R_0$, on obtient :

$$\begin{aligned} M_A &= h \exp.(\frac{B_0 - b}{k}) \cdot \int_0^{R_1 - R_0} \exp.(-r/R_0 \cdot B_0/k) \cdot dr \\ &= -h \cdot kR_0/B_0 \cdot \exp.(\frac{B_0 - b}{k}) \cdot (\exp.(-B_0/k \cdot r/R_0)) \Big|_0^{R_1 - R_0} \\ (36) M_A &= hR_0 \cdot k/B_0 \cdot \exp.(\frac{B_0 - b}{k}) \cdot (1 - \exp.(-B_0/k \cdot \frac{R_1 - R_0}{R_0})) \end{aligned}$$

Si nous prenons maintenant quelques valeurs numériques (fig. 15) : $R_0 = 8$ cm et $R_1 - R_0 = 2,5$ cm; on a $\frac{R_1 - R_0}{R_0} = 0,3$; et, comme d'autre part B_0/k est voisin de $20.000/2.000 = 10$, on voit que le terme $\exp.(-B_0/k \cdot (R_1 - R_0)/R_0)$ est peu différent de $\exp.(-3) \approx 1/20$. On fera donc l'approximation :

$$(37) M_A = hR_0 \cdot k/B_0 \cdot \exp.(\frac{B_0 - b}{k}) \text{ ou puisque } H_0 = h \exp.(\frac{B_0 - b}{k})$$

$$(38) M_A = kR_0 \cdot H_0/B_0$$

c'est-à-dire : $M = \alpha \cdot H_0/B_0$ (α : coefficient numérique)

Calculons maintenant la chute magnétomotrice dans l'entrefer E (figure 14) : (39) $M_E = R_E \cdot \phi_E$ (R_E = réluctance, ϕ_E = flux dans l'entrefer E)

$$M_E = R_E \cdot \phi_A \quad (\phi_A = \text{flux dans le fer A})$$

$$M_E = \lambda \cdot B_0 \quad (\lambda = \text{coefficient numérique})$$

Pour la force magnétomotrice $n_2 I$, on a donc :

$$(40) n_2 I = M_A + M_E = M_A + \lambda B_0$$

Il reste à déterminer $n_3 I$ (ou bien $n_1 I$) en fonction de B_0 , par la condition que la chute magnétomotrice dans l'entrefer II doit passer par un maximum lorsque l'induction a la valeur B_0 au point origine. Ceci est facile car on a :

$$(41) M_{II} = n_3 I - M_A, \text{ et on veut :}$$

$$(42) dM_{II}/dI = 0, \text{ c'est-à-dire :}$$

$$(43) n_3 = dM_A/dI$$

Bien qu'il s'introduise ici une dérivée par rapport au courant d'excitation I , ce n'est pas une difficulté car on a aussi bien :

$$(44) \quad n_3 = dM_A/dB_0 \cdot dB_0/dI$$

Nous pouvons maintenant déterminer une relation entre n_2 et n_3 car, en dérivant (40) par rapport à I , on obtient :

$$(45) \quad n_2 = \frac{dM_A}{dI} + \lambda \frac{dB_0}{dI}$$

La difficulté de la dérivation par rapport à I s'élide de la même façon que plus haut, on a :

$$(46) \quad n_2 = \frac{dM_A}{dB_0} \cdot \frac{dB_0}{dI} + \lambda \frac{dB_0}{dI}$$

$$(47) \quad n_2 = \left(\lambda + \frac{dM_A}{dB_0} \right) \frac{dB_0}{dI}$$

En éliminant $\frac{dB_0}{dI}$ entre (44) et (47), on a la relation cherchée entre n_2 et n_3 , soit :

$$(48) \quad n_3/n_2 = \frac{dM_A/dB_0}{\lambda + dM_A/dB_0}$$

ou bien $(49) \quad n_3 I = \frac{dM_A/dB_0}{\lambda + dM_A/dB_0} \cdot n_2 I$

$\frac{dM_A}{dB_0}$ se calcule à partir de (37). On obtient facilement :

$$\frac{dM_A}{dB_0} = \frac{M_A}{k} (1 - k/B_0) \cdot \text{En portant cette valeur dans (49),}$$

il vient :

$$(50) \quad n_3 I = \frac{M_A}{M_A + \lambda k (B_0/B_0 - k)} \cdot n_2 I$$

Enfin, on obtient $n_1 I$ par :

$$(51) \quad n_1 I = n_2 I - n_3 I$$

et $M_{(II)}$, la chute magnétomotrice dans l'entrefer II par :

$$(52) \quad M_{II} = n_3 I - M_A$$

A partir d'une valeur donnée de l'induction B_0 (donc du champ H_0 par (32)), on peut ainsi calculer de proche en proche les grandeurs du circuit magnétique correspondant à cette induction, soit M_A par (38), $n_2 I$ par (40), $n_3 I$ par (50), $n_1 I$ par (51) et M_{II} par (52). Les valeurs données par (40), (50), (51) et (52) correspondent à l'existence d'un maximum dans les entrefers I et II (fig. 14) pour des valeurs B_0 qu'on choisit.

Voici un tableau obtenu en appliquant ces formules :

B_0	21.000	22.000	22.500	23.000	23.500	24.000	24.500	25.000
M_A	310	560	730	1.000	1.200	1.560	2.100	2.600
$n_2 I$	1.200	1.500	1.700	2.000	2.200	2.560	3.200	3.700
$n_1 I$	260	200	170	150	150	130	125	120
$n_3 I$	940	1.300	1.530	1.850	2.050	2.430	3.075	3.580
$M_{(II)}$	630	740	800	850	850	870	975	980

c) Le modèle réduit.— Le tableau des valeurs qu'on peut dresser à partir de ces formules n'est évidemment qu'une première approximation. Ces valeurs ont servi de base à l'établissement d'un modèle réduit. On voit par exemple, que la colonne correspondant à $B_0 = 24.000$ gauss donne 870 AT pour $M_{(II)}$. Dans l'exemple numérique traité plus haut, on désirait 880 AT; c'est donc environ 2.500 AT pour $n_2 I$ et 2.400 AT pour $n_3 I$ qu'il faut, en principe, choisir. La lentille définitive devant avoir des dimensions importantes

(sur la fig. 15, le diamètre extérieur est 230 mm), il était indispensable de se rendre compte des possibilités offertes par un arrangement d'autostabilisation sur une lentille de petites dimensions. Comme par ailleurs on voulait que le modèle réduit donne le maximum d'informations, on a rendu variable l'entrefer E par un vissage approprié d'une partie du circuit. La réluctance R_E de cet entrefer est un paramètre intéressant car à chacune de ses valeurs correspond une courbe

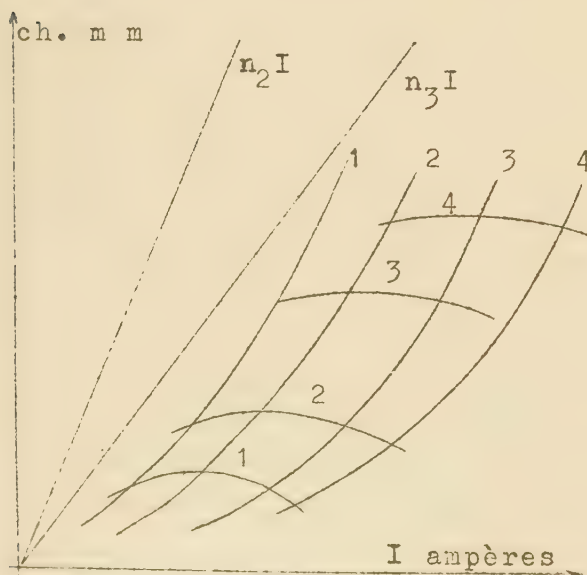


fig. 16

de variation M_A en fonction de l'excitation; de sorte qu'on a pour M_A et par suite pour M_{II} (et aussi M_I) des familles de courbes à 1 paramètre : $M_A = f(I, R_E)$, $M_{II} = g(I, R_E)$, R_E étant le paramètre (fig. 16). Les courbes 1, 2, 3 et 4 correspondent respectivement à des réluctances R_E de plus en plus grandes. On voit que le maximum de la courbe : $M_{II} = n_3 I - M_A$ peut être changé en valeur absolue par simple variation de l'entrefer E . Bien entendu, un déplacement des maxima vers les grandes valeurs demande une excitation de plus en plus grande de la lentille. On est limité par la puissance à dissiper dans un volume aussi restreint que possible. En utilisant un galvanomètre balistique relié à une petite bobine exploratrice, nous avons effectivement constaté l'existence de la stabilisation du champ dans les entrefers I et II et le déplacement simultané de ces deux maxima en fonction de R_E .

Ces premières investigations nous ont permis d'espérer une stabilisation à 1 % pour des variations d'excitation de l'ordre de 10 %.

Au chapitre 3, nous donnerons les résultats obtenus avec la lentille autostabilisée définitive, mais nous arrivons déjà à la conclusion que la correction chromatique par une lentille magnétique autostabilisée est possible.

Caractéristiques de la lentille définitive

Le chapitre précédent a donné le principe des calculs d'une lentille magnétique autostabilisée vis-à-vis de l'excitation et achromatique au sens de la diffraction électronique. A la suite d'une étude concluante sur modèle réduit, nous sommes passés à la réalisation définitive. La fig. 17 donne une coupe de la lentille à l'échelle $\frac{1}{2}$. On y reconnaît sans grande modification, les différents cir-

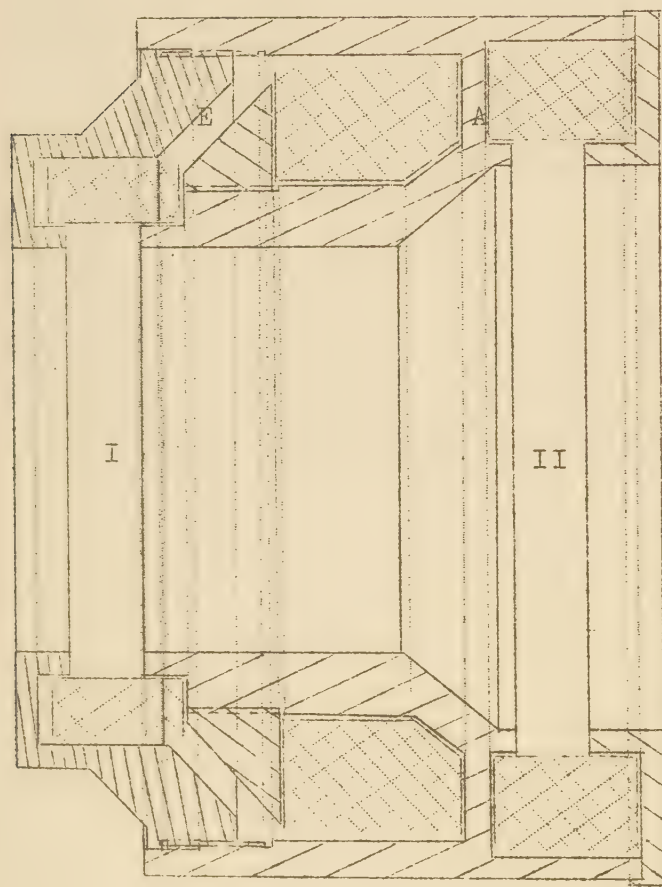


fig. 17

cuits électrique et magnétique de la fig. 14. L'entrefer variable E qui commande la saturation dans la section A du circuit 2 est obtenu par vissage des pièces polaires de l'entrefer I. Cette dépendance de l'entrefer I et de l'entrefer E n'est pas grave car la puissance de la lentille dépend peu de l'entrefer I et beaucoup de l'entrefer E. En effet, le diamètre d est ici beaucoup plus grand que la distance b des pièces polaires. C'est la grandeur d qui apporte la plus grande contribution à l'obtention de la distance focale ce qu'on voit facilement si on se reporte à la formule :

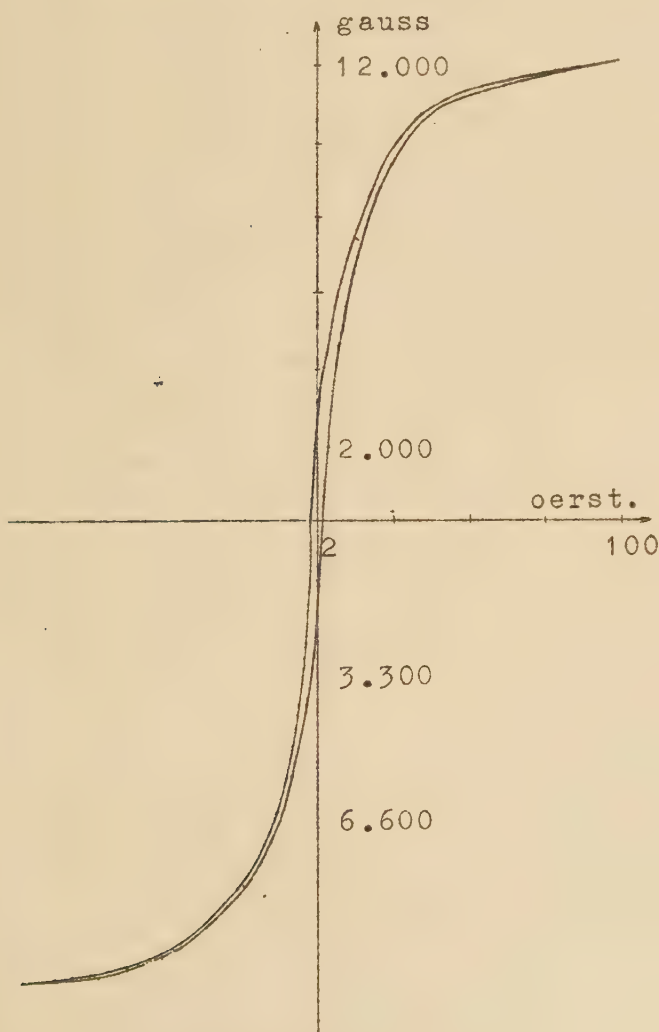
$$f = 3,6 \sqrt{b^2 + d^2} (10/K + 0,04),$$
de sorte que la variation de la distance focale s'obtient par variation de $K = (nI)^2/V$; comme nI est commandé par l'entrefer E, il

en résulte que la puissance ne dépend en première approximation que de l'entrefer E.

On constate sur la fig. 17 que les diamètres dans les régions I et II sont inégaux. Nous expliquerons pourquoi dans la note II (p. 44).

Comme on le voit sur cette figure 17, la lentille est de grandes dimensions $\varnothing$ extérieur = 230 mm, les épaisseurs de métal sont de 6 mm environ. Pour le circuit 2 toutefois elles sont plus importantes sauf pour la section A de ce circuit où l'épaisseur est aussi de 6 mm. Les circuits électriques n_1 , n_2 et n_3 sont constitués par du fil de 8/10 mm préalablement enroulé sur des bobines de laiton entrant à frottement doux dans les logements. Le bobinage n_2 comporte 1450 tours, le bobinage n_3 : 950, le bobinage n_1 : 500. Avec une largeur de l'entrefer variable E de l'ordre de 5 mm par exemple, on obtient une chute magnétomotrice dans chaque entrefer voisine de 500 AT, valeur convenable pour un bon fonctionnement sous 50 kV. Cette chute magnétomotrice croît lorsque l'entrefer croît, on peut atteindre 800 à 900 AT au maximum. Ces valeurs sont relativement fortes et peuvent convenir pour des tensions de l'ordre de 100 kV.

1) Vérification des propriétés autostabilisatrices. - Le fer utilisé



est du fer Ugiperval forgé par la Sté Usinor, il est très pur et d'une grande homogénéité. Son cycle d'hystérésis que nous donnons sur la fig. 18, est très étroit et nous n'avons pas été gênés par le magnétisme rémanent. La stabilisation du champ sur l'axe a été étudiée en utilisant un bobinage plat de diamètre 5 cm et comportant 200 tours de fil fin, l'axe de cette bobine coïncidant avec l'axe de symétrie de la lentille et son centre étant placé au centre de l'entrefer à étudier. Le courant induit dans ce bobinage, lorsqu'on supprime l'excitation de la lentille, est envoyé dans un galvanomètre balistique. Les courbes de stabilisation donnant le champ en AT/cm en fonction de l'excitation

fig. 18

en ampères sont reproduites fig. 19; le champ est mesuré comme on l'a dit, au centre des entrefers I et II et correspond à une largeur de l'entrefer variable voisine de 5 mm. Ces courbes de stabilisation peuvent être déplacées jusqu'à obtenir la valeur désirée du maximum. En réglant l'entrefer E, on fait par exemple passer le maximum de 65 à 100 oerst. au centre de l'entrefer de grand diamètre (entrefer II). L'augmentation du maximum est d'ailleurs suivie d'un déplacement de son abscisse vers les valeurs croissantes de l'excitation (voir fig. 16). La stabilisation obtenue avec les données précédentes, choisies pour l'utilisation définitive, est très satisfaisante puisqu'on obtient (figure 19) un champ pratiquement indépendant de l'excitation entre 1 ampère et 1,3 ampère. Le point de fonctionnement correspond donc à 1,15 ampère. La coïncidence des maxima pour les entrefers I et II doit évidemment être réalisée pour que la lentille réponde aux données du problème. La figure 19 montre que cette condition est bien remplie. Elle prouve par surcroît que la chute magnétomotrice dans le fer du circuit magnétique marqué en pointillé sur la figure 14 est pratiquement nulle.

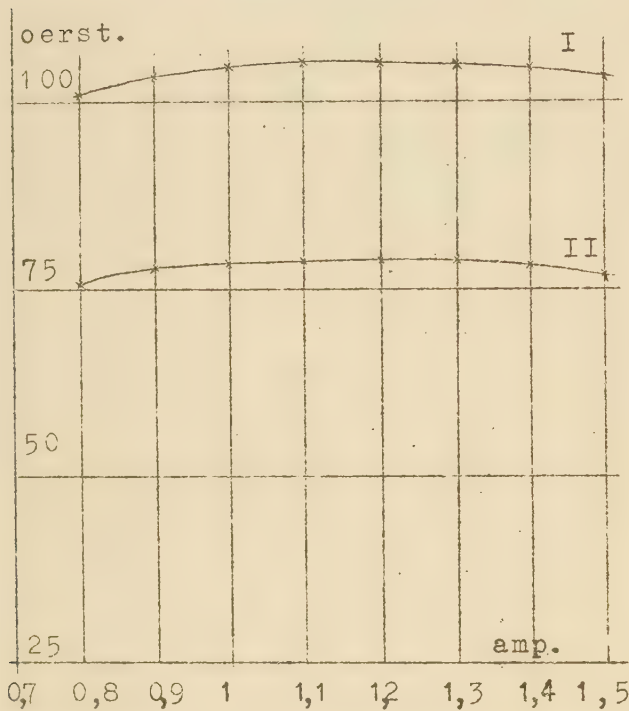


fig. 19

La chute magnétomotrice dans le fer du circuit magnétique marqué en pointillé sur la figure 14 est pratiquement nulle. Avec l'intensité de 1,15 ampère nécessaire pour l'excitation, la puissance consommée par la lentille est faible (environ 60 watts). Les 3 enroulements n_1 , n_2 et n_3 sont alimentés par le même courant continu.

2) Vérification des caractéristiques de la

lentille sur le diffractographe.-

Le diffractographe (figure 22a, p. 29) a été construit au laboratoire dans la forme aujourd'hui classique. Nous préciserons simplement certains détails de construction. Une coupe schématique est donnée sur la figure 20.

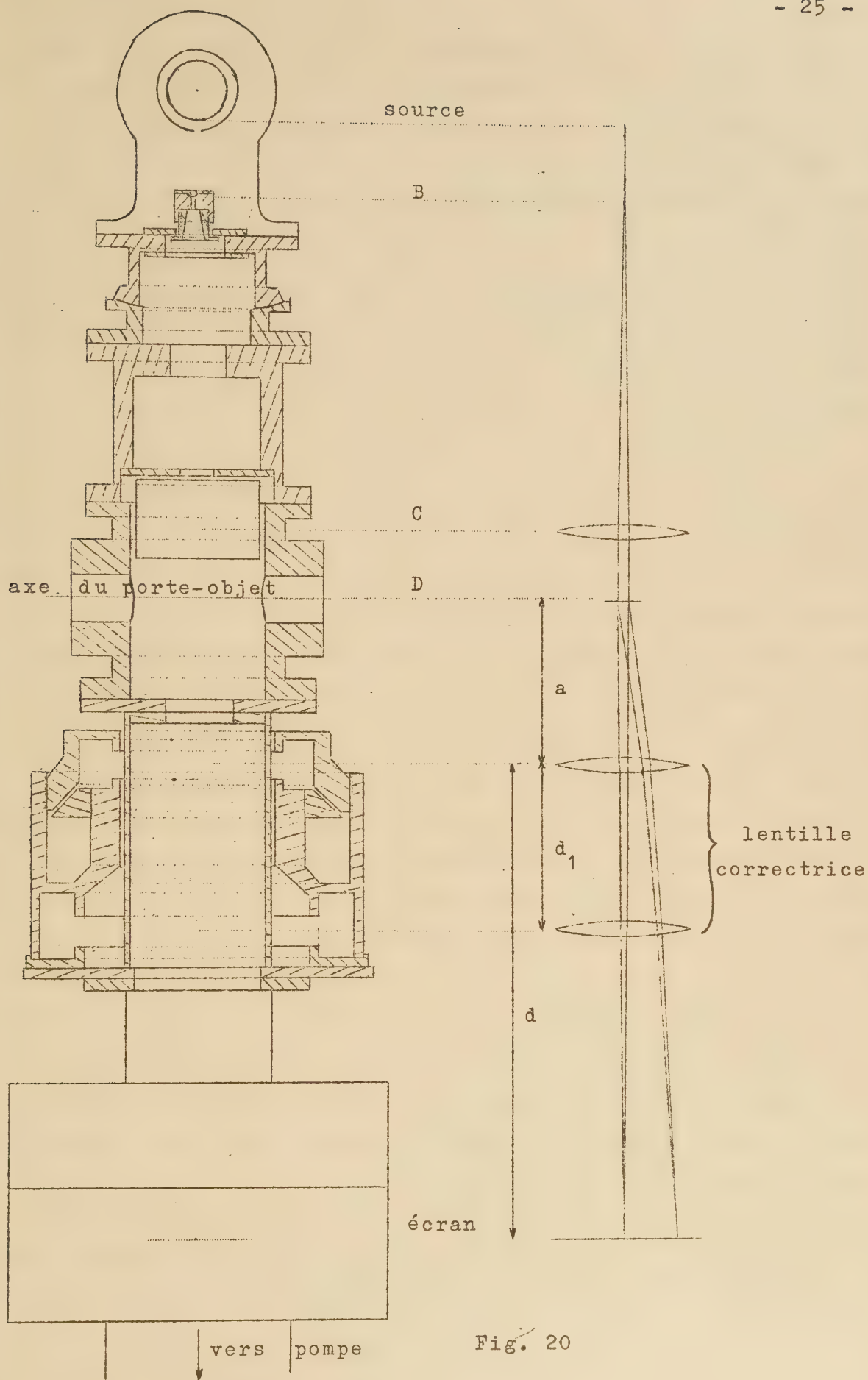


Fig. 20

L'appareil est entièrement métallique et l'étanchéité est assurée par des joints toriques en caoutchouc qui allient robustesse, stabilité et grande facilité de démontage. Tous les organes de commande sont bien accessibles pour l'opérateur assis. Le vide est obtenu par une pompe préliminaire à deux étages, suivie d'une pompe à diffusion d'huile ayant une vitesse de pompage de 60 l/s à 10^{-5} mm de Hg. Le contrôle du vide est fait par une jauge de Pirani. Une réserve de vide permet d'utiliser la pompe préliminaire par intermittence seulement. Du point de vue électronique, les caractéristiques sont les suivantes (fig. 20, p. 25). La source d'électrons est une cathode froide du type Induni représentée par deux cylindres concentriques, le cylindre extérieur étant percé d'un trou. Ce mode de production des électrons a l'avantage d'une grande stabilité et d'une robustesse pratiquement illimitée. Les électrons naissent d'une décharge entre les deux cylindres portés à des potentiels différents, par exemple - 50 kV pour l'électrode intérieure (la cathode), tandis que l'autre électrode (l'anode) est à la masse de l'appareil. Le trou de l'anode laisse passer le flux électronique. Les électrons sont émis dans une région de vide médiocre (20 millièmes de mm de Hg), nécessaire à l'entretien de la décharge entre les électrodes. Du faisceau produit, seul un pinceau étroit passe à travers le diaphragme B d'un diamètre de 5/100 de mm et pénètre dans la région de vide élevé.

Une lentille condenseur magnétique C focalise ce pinceau et permet de former une image de la source électronique en toute position désirée en dessous du condenseur; généralement cette image est formée sur l'écran à un grandissement qui, étant donnée la géométrie de la figure 20, est voisin de 2. La source ayant des dimensions inférieures à 5/100 de mm, son image sur l'écran ne dépasse pas 1/10 mm.

Le faisceau traverse l'objet placé en D à 7 cm en dessous du condenseur et subit les diffractions de Bragg. La lentille correctrice (formée elle-même de deux lentilles faibles) est placée entre l'objet et l'écran, extérieurement au corps de l'appareil qui à cet endroit est en matériau magnétique (cuivre).

On peut, en soulevant l'écran, obtenir une photographie du diagramme de diffraction. La cassette photographique comporte un magasin contenant 12 plaques escamotables du format $6\frac{1}{2} \times 9$.

La figure 20 représente schématiquement, dans le cas où on utilise la lentille d'achromatisme, la marche des rayons; le condenseur donne un faisceau parallèle. Après traversée de l'objet, le faisceau transmis directement et les faisceaux diffractés restent constitués par des rayons parallèles que la lentille d'achromatisme focalise sur l'écran.

Recherche de l'achromatisme.— Le contrôle de la lentille d'achromatisme du point de vue électronique est simple. En se reportant à la figure 7 et à la formule (23), on voit que le rayon r d'un cercle de diffraction est une fonction de a , d_1 , d et V (V = tension d'accélération) ces valeurs sont aussi représentées sur la fig. 20. La relation d'achromatisme soit $dr/dV = 0$, signifie que r passe par un maximum lorsque la tension croît. Il suffit donc de rechercher expérimentalement la tension pour laquelle le diamètre des cercles de diffraction passe par ce maximum. Ayant préalablement ajusté la chute magnétomotrice dans chaque entrefer pour que l'achromatisme se produise approximativement entre 40 et 50 kV, nous avons réalisé une succession de diagrammes avec des tensions comprises entre 24 et 56 kV, successivement avec ou sans mise en service de la lentille correctrice. Avec la lentille en fonctionnement, les diamètres des anneaux de diffraction ont montré un maximum très aplati vers 51 kV. La fig. 21 montre la variation du diamètre d'un anneau en fonction de la tension :

- a) sans lentille interposée (ce diamètre varie évidemment comme $1/\sqrt{V}$)
- b) avec la lentille correctrice en fonctionnement.

Dans les deux cas, on a pris comme unité le rayon de l'anneau de diffraction à 51 kV.

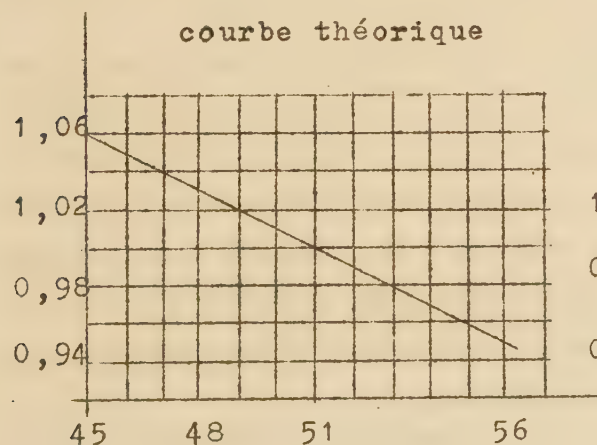


fig. 21a

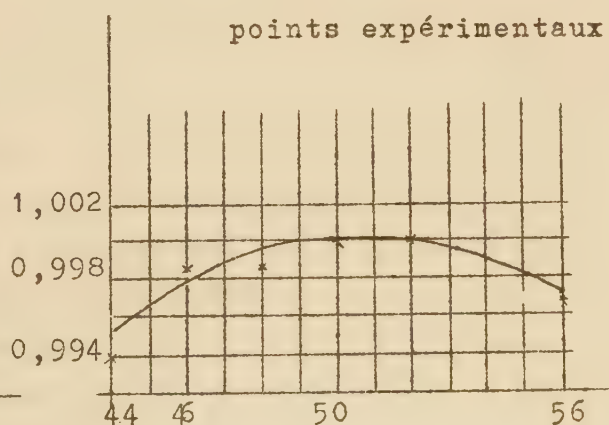


fig. 21b

Comme on le constate facilement, le maximum est très aplati si bien qu'une stabilisation du diamètre des anneaux à 1 % est obtenue autour de la valeur moyenne de 51 kV dans un domaine de ± 4 kV, soit ± 8 %.

Rapport des diamètres des anneaux de diffraction, avec et sans lentille correctrice. - On a vu au chapitre 1 que le rapport théorique du diamètre d'un anneau de diffraction avec et sans lentille est $2/3$ ($= 0,666$) au moment de l'achromatisme. L'expérience a donné 0,682. L'accord avec la théorie est donc satisfaisant.

Distorsion introduite par la lentille de diffraction. - La figure 22b montre, à gauche la moitié d'un diagramme d'oxyde de zinc photographié sans lentille, à droite la moitié d'un diagramme de la même substance photographié avec lentille et ramené ensuite par agrandissement photographique aux mêmes dimensions que l'autre moitié. On remarque seulement une légère distorsion pour les anneaux les plus grands (4 %). Par contre, les anneaux obtenus avec la lentille sont mieux définis.

Rotation du diagramme. - On a vu que la lentille correctrice est conçue de sorte que les chutes magnétomotrices dans les entrefers soient opposées, ceci dans le but de supprimer la rotation du diagramme de diffraction quand la lentille fonctionne. Nos essais ont montré que la rotation est effectivement négligeable.

Remarques. Dans le diffractographe que nous avons construit, la tension d'accélération est suffisamment stable pour obtenir directement des anneaux fins si bien que la lentille correctrice n'a guère à intervenir pour compenser ce défaut de filtrage de la haute tension. Il n'en reste pas moins que son utilisation est très intéressante car elle permet d'éliminer les variations de tension accidentelles du réseau dans les limites de ± 8 %. Le même résultat pourrait être obtenu grâce à une stabilisation soignée par self saturée et capacité mais ces dispositifs ont toujours une certaine inertie, tandis que la correction fournie par la lentille est immédiate. Par ailleurs, même avec une tension stabilisée, il est indispensable de connaître sa valeur avec précision et de pouvoir la reproduire avec certitude si on veut obtenir des diagrammes immédiatement comparables entre eux. Grâce à la lentille d'achromatisme, il suffit de reproduire la tension à 4 ou 5 % près pour que les diagrammes soient rigoureusement superposables.

La lentille répond donc bien aux exigences formulées au début de cette étude.

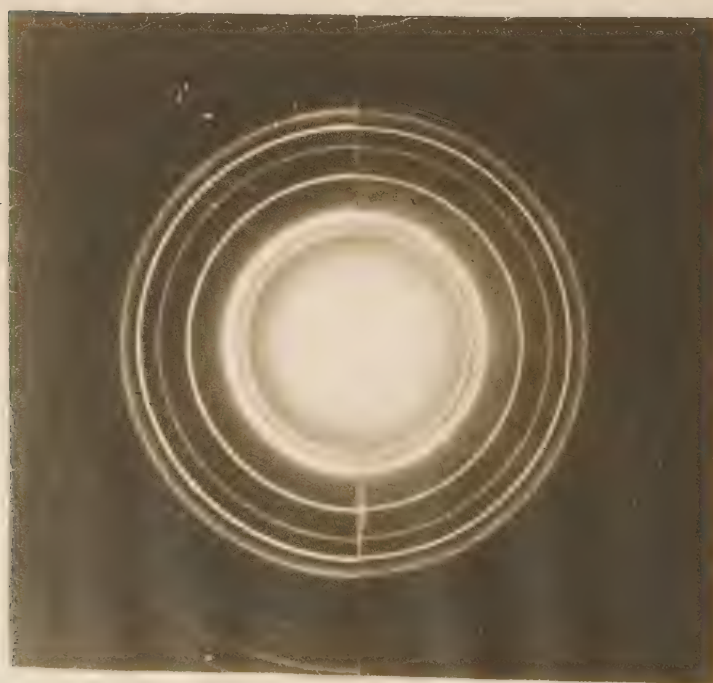
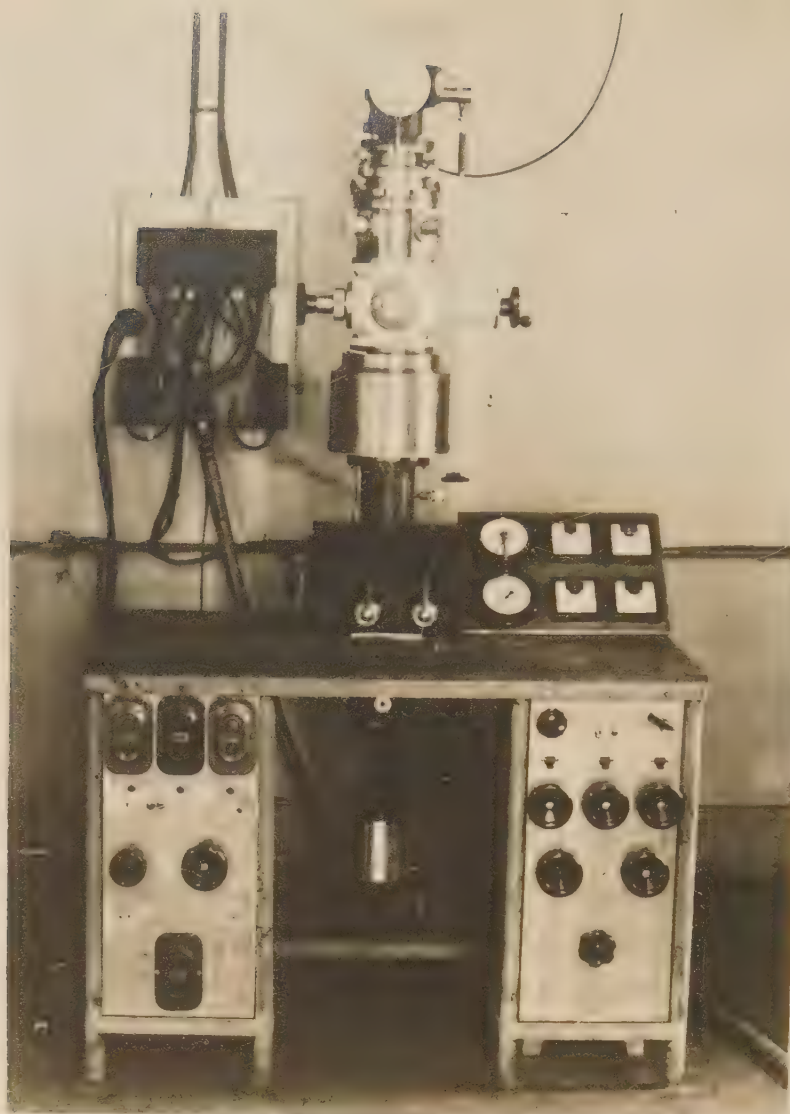


fig. 22a :

Vue générale du diffractographe
muni de la lentille correctrice

fig. 22b :

Comparaison des diagrammes avec
et sans lentille

- 1) à droite : avec lentille
- 2) à gauche : sans lentille

On remarque que les anneaux sont plus fins, il subsiste une légère distorsion pour les diamètres les plus grands (4 ‰).

Autres solutions possibles

Il peut être intéressant de rechercher s'il est possible d'atteindre le résultat obtenu au chapitre précédent par d'autres méthodes. Nous allons brièvement discuter deux solutions possibles.

1) Solution électrostatique. - Par analogie avec la microscopie électronique, on pense tout naturellement à l'emploi d'une lentille électrostatique; voyons si ses caractéristiques permettent de l'employer dans ce cas particulier.

Dans la note I (formule (19), p. 39), nous exprimons la puissance de la lentille électrostatique sous la forme particulière :

$$(53) \quad 1/F = 3/16 K^2 ((b_1 + 2Kb_2 + 3Kb_3 + \dots) - 3/16 K^2 (b_1' + 2Kb_2' + \dots))$$

en mettant le potentiel le long de l'axe de la lentille sous la forme :

$$(54) \quad \phi = \phi_0 (1 - Kf(z)); \quad f(z) \text{ inférieur ou au plus égal à } 1 \text{ (il est égal à } 1 \text{ au centre de la lentille)}$$

avec (55) $K = \frac{U_0}{\phi_0}$ $U_0 =$ potentiel au centre de la lentille
 $\phi_0 =$ potentiel d'accélération (fig. 23).

$b_1, b_2, \dots, b_1', b_2', \dots$ ne dépendent que de la géométrie de la lentille et non des tensions appliquées, K ne dépend que de ces tensions. Au chapitre 1, nous avons vu que la puissance de la lentille magnétique varie en première approximation, comme $1/V$ (formule 12), c'est-à-dire qu'elle n'est pas achromatique. Nous pouvons retrouver une situation analogue avec la lentille électrostatique. Si on porte l'expression $K = U_0/\phi_0$ dans (53), on obtient la puissance de la lentille sous la forme :

$$(56) \quad 1/F = AK^2 + BK^3 + \dots = A \frac{U_0^2}{\phi_0^2} + B \frac{U_0^3}{\phi_0^3} + \dots$$

Le potentiel de l'électrode centrale ϕ_m et le potentiel au centre de la lentille U_0 (comptés à partir du potentiel des deux électrodes extérieures qui est le potentiel de la masse) sont proportionnels, leur rapport ne dépend que de la configuration des électrodes et non des tensions appliquées. Ce rapport est également indépendant de la tension ϕ_0 sous laquelle ont été accélérés les électrons traversant la lentille.

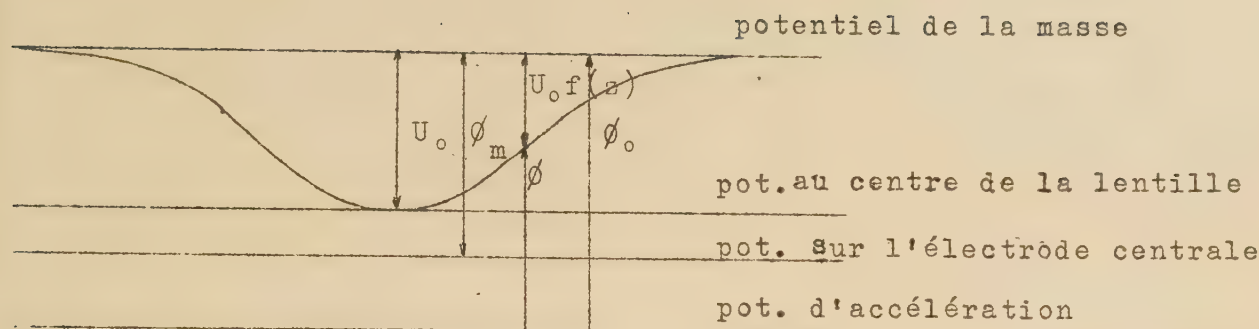


fig. 23

En microscopie électronique, on rend ϕ_0 et ϕ_m proportionnels en alimentant l'électrode centrale par tout ou partie de la tension d'accélération de sorte que U_0 et ϕ_0 sont proportionnels et K est fixe. La puissance de la lentille est fixe pour les électrons accélérés sous la tension ϕ_0 , elle est donc achromatique pour son application en microscopie électronique.

En diffraction électronique au contraire, il est essentiel de faire apparaître l'aberration chromatique de la lentille; nous voulons que la puissance varie en sens inverse de la tension. Ceci est facilement réalisable car il suffit que la tension ϕ_m de l'électrode centrale soit fournie par une source stabilisée indépendante de la tension d'accélération. Dans ces conditions U_0 est aussi fixe et la formule (56) prend la forme :

$$(57) \quad 1/F = \frac{A'}{\phi_0^2} + \frac{B'}{\phi_0^3} + \frac{C'}{\phi_0^4} + \dots \quad A', B', C' \text{ étant fixes.}$$

Au chapitre 1 (formule 15), on a donné l'expression :

$$r = 2\theta ((a+b) - ab/f)$$

pour le rayon du cercle de diffraction fourni par la lentille. En portant dans cette formule les grandeurs :

$$2\theta = K \phi_0^{-1/2} \quad \text{et} \quad 1/F = A' \phi_0^{-2} + B' \phi_0^{-3} + \dots$$

et calculant $dr/d\phi_0 = 0$, on trouve la condition d'achromatisme :

$$(58) \quad a+b = \frac{5}{f} ab + 2 ab(B' \phi_0^{-3} + 2C' \phi_0^{-4} + 3D' \phi_0^{-5} + \dots)$$

Elle ne se présente pas sous une forme aussi simple que pour la lentille magnétique parce que les termes entre parenthèses sont assez importants vis à vis de $1/F$. Ce n'est pas une difficulté si on ne désire pas satisfaire à la condition que le plan focal de la lentille soit

sur l'écran, car on trouvera toujours expérimentalement la tension qui réalise l'achromatisme pour une lentille donnée.

Nous avons cependant fait les calculs (note I) pour la lentille représentée en vraie grandeur fig. 24 et qui correspond d'après Plass ⁽⁶⁾ à

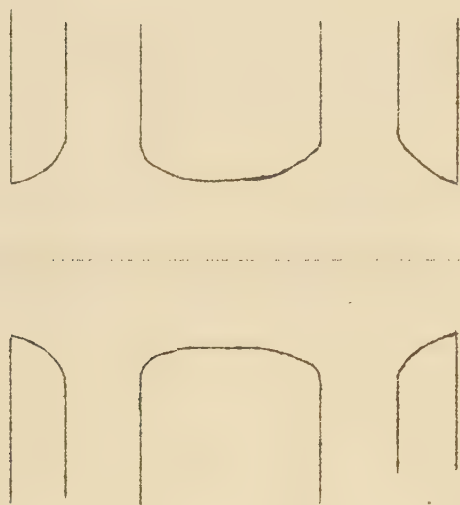


fig. 24

une aberration sphérique minimum. Avec une telle lentille, on a trouvé que, pour $U_0/\phi_0 = 0,35$, on peut obtenir une distance focale de 43,8 cm et que, si on veut remplir à la fois la condition d'achromatisme et la condition de focalisation, il faut placer l'objet à 9,7 cm du centre de la lentille d'où pour la distance objet-écran : 53,5 cm. Pour la même distance de 53,5 cm, une lentille magnétique équivalente devrait être placée à 53,5/3 cm, soit 17,8 cm.

On voit que la lentille électrostatique devrait être placée beaucoup plus près de l'objet. C'est un avantage du point de vue de l'aberration sphérique. Par contre, l'emploi de la lentille électrostatique présente un inconvénient sérieux. La valeur $K = 0,35$ signifie que U_0 est égal à $0,35 \phi_0$. Le potentiel au centre de la lentille devra être voisin de $1/3$ de la tension d'accélération et le potentiel sur l'électrode centrale un peu plus grand. Si $\phi_0 = 45$ kV, on a trouvé qu'il faut appliquer 18 kV sur l'électrode centrale. Or, nous avons vu que ce potentiel sur l'électrode doit être stabilisé et contrôlable au moins à 1 %, si bien que le problème de la stabilisation et de la mesure de la tension d'accélération se trouve simplement reporté en un autre point de l'appareil.

La solution électrostatique ne semble donc pas présenter grand intérêt.

2) Solution du champ magnétique uniforme.— Nous allons voir qu'un champ magnétique uniforme, parallèle à la direction d'incidence du

(6) N. Plass.— Physics, 13, 49, (1948).

faisceau et s'étendant dans l'espace compris entre l'objet et l'écran, est capable de donner des figures de diffraction achromatiques. Ceci est fondé sur la remarque suivante (fig. 25). Calculons la vitesse transversale u (c'est-à-dire la vitesse dans le plan P, perpendiculaire à la direction d'incidence) d'un électron de vitesse v qui a subi la diffraction de Bragg. On a :

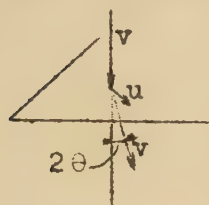


fig. 25

$$u = v \cdot \sin 2\theta = v \cdot 2 \sin \theta \cdot \cos \theta$$

l'angle θ est petit, d'où :

$$u = 2v \cdot \sin \theta (1 - \theta^2/2)$$

Pour θ plus petit que $1/20$ radian, $\theta^2/2$ est plus petit que $1/800$.

On peut sans difficulté écrire :

$$(36) \quad u = 2v \cdot \sin \theta$$

mais v et $\sin \theta$ sont des fonctions de la tension d'accélération; de

$$\frac{1}{2} m v^2 = eV, \text{ on tire } v = \sqrt{\frac{2 eV}{m}}$$

et de $2D \cdot \sin \theta = \lambda$, on tire :

$$2 \sin \theta = \lambda/D = 1/D. \quad h/mv = 1/D. \quad h/\sqrt{2emV}, \text{ et par suite (36) s'écrit :}$$

$$(37) \quad u = 1/D. \quad h/m$$

La vitesse transversale u de l'électron diffracté est donc indépendante de la tension d'accélération, mais la composante verticale parallèle à la direction incidente reste fonction de V et c'est elle qui provoque l'aberration chromatique. Considérons les électrons accélérés sous des tensions étalées entre $V - dV$ et $V + dV$ et ayant par suite même valeur absolue de la composante u (s'ils sont diffractés par des plans d'équidistance D donnée). Considérons des électrons ayant même vitesse initiale u après traversée de l'objet. Leurs trajectoires ont des longueurs variables en raison de la constance de $|u|$ et des temps différents mis par les électrons pour atteindre l'écran d'observation P, mais les projections de ces trajectoires sur l'écran d'observation restent confondues (fig. 26). Cependant, la trajectoire projetée oa est plus courte pour les électrons les plus rapides : $oa = u(t-dt)$, et d'autre part $ob = u(t+dt)$; t désignant le temps mis par l'électron de vitesse moyenne (tension V) pour atteindre l'écran.

oa peut être le rayon d'un anneau de Debye-Sherrer, dans ce cas, ab représente l'élargissement de cet anneau du à l'aberration chromatique.

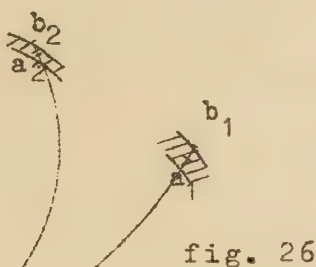


fig. 26

Supposons un champ uniforme s'étendant entre l'objet et l'écran, parallèlement à la direction d'incidence et cherchons son effet sur la trajectoire. Il n'influe pas sur la valeur absolue de la vitesse des électrons mais seulement sur sa direction. Son action sur la composante de vitesse suivant la direction d'incidence qui lui est parallèle, est nulle, tandis qu'il intervient pour changer la direction de la composante u . Les trajectoires rectilignes envisagées plus haut (fig. 26) deviennent ainsi des arcs de cercle de rayon $\rho = \frac{mu}{eH}$. Cet effet ne supprime pas la différence de longueur des chemins parcourus. Pour des électrons accélérés par $V - dV$ et $V + dV$, les trajectoires projetées sur le plan P d'observation sont des arcs de cercles oa_1 et ob_1 ; à mesure que le champ magnétique H croît, la courbure de ces trajectoires augmente si bien que pour une valeur convenable, elles deviennent demi-circulaires. A ce moment là, les points a_3 et b_3 sont équidistants du point o , c'est-à-dire que, s'il s'agit d'un anneau de Debye-Sherrer de rayon r , sa largeur due à l'aberration chromatique devient un infiniment petit du second ordre par rapport à l'infiniment petit du premier ordre $a_3b_3 = ab$. Le calcul donne alors :

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\pi^2}{16} (dV/V)^2. \text{ Ainsi, avec } dV/V = 5 \%, \text{ on trouve } \Delta r/r = \frac{1}{640}.$$

Si R représente le rayon d'un anneau de diffraction en l'absence de champ et r le rayon du même anneau au moment où l'achromatisme est réalisé, on a évidemment : $R = r \cdot \pi/2$ ou $r = R/1,57$.

La valeur 1,57 trouvée ici est très voisine de la valeur 1,5 correspondant au cas de la lentille magnétique. La conclusion relativement à la grandeur des figures de diffraction, est très voisine dans les deux cas.

Si on envisage maintenant la réalisation pratique, il faut d'abord déterminer la valeur du champ homogène nécessaire pour l'achromatisme. Nous avons calculé que, pour $V = 50$ kV, il faut un champ H de 40 oerst. environ. Cette valeur est facile à obtenir avec un solénoïde. Cependant il subsiste dans cette solution un inconvénient sérieux qui est la difficulté de maintenir le champ uniforme entre l'objet et l'écran. En supposant même cette difficulté surmontée, il n'en reste pas moins qu'il faut maintenir le courant constant dans le solénoïde avec une précision meilleure que 1 %. autrement dit, le problème de la stabilisation se représente sous un autre aspect en un autre point de l'appareil.

- NOTE I -

Sur l'intégration de l'équation différentielle
des trajectoires dans les lentilles électroniques

Dans les lentilles électroniques dont le champ a une symétrie de révolution, la trajectoire de l'électron s'obtient par intégration d'une équation différentielle du second ordre qui se présente sous la forme :

$$(1) \quad r'' + \frac{e}{8 \, mV} H^2(z) r = 0 \quad \text{pour le cas magnétique}$$

$$(2) \quad r'' + \frac{\phi'}{2\phi} r' + \frac{\phi''}{4\phi} r = 0 \quad \text{pour le cas électrostatique}$$

Dans ces équations, les dérivées de r et ϕ sont prises par rapport à l'abscisse z comptée sur l'axe des lentilles; r est la distance de l'électron à l'axe, $H(z)$ le champ magnétique sur l'axe, $\phi(z)$ le potentiel électrique sur l'axe. Les figures 1 et 2 correspondent à chacun des cas.

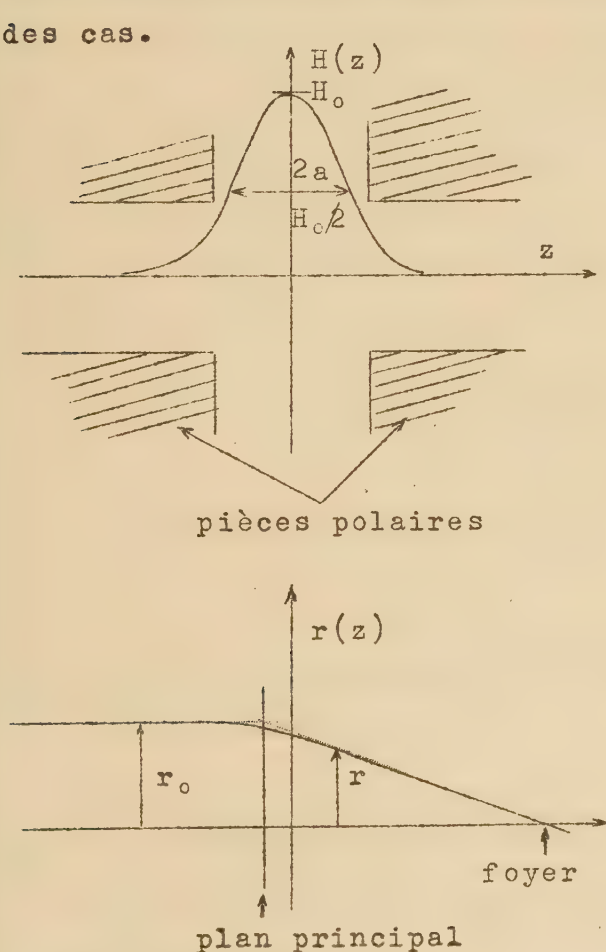


fig. 1

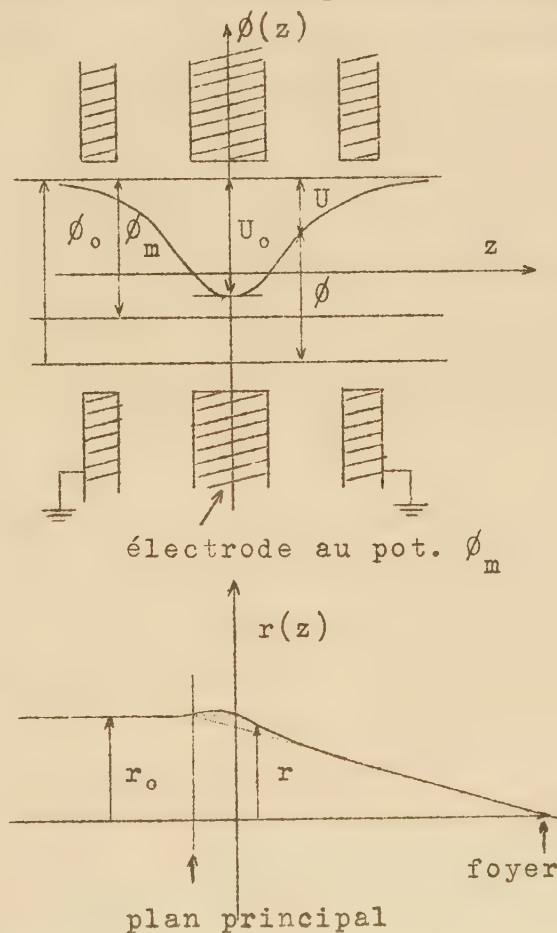


fig. 2

Dans (1), V doit être remplacé par $V_r = V(1 + 0,98 \cdot 10^{-6}V)$ si on veut tenir compte de la correction de relativité (cas des fortes accélérations). Si on veut faire la correction de relativité dans (2), l'équation est plus compliquée (8). Il est d'usage de transformer (1) et (2) de la façon suivante.

Transformation de (1). - Soit 2a la largeur de la courbe H(z) pour la valeur $H_0/2$. On pose : $y = r/a$ et $x = z/a$. On obtient :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{e \cdot H^2(ax) \cdot a^2}{8 \text{ mV}} \cdot y(x) = 0$$

On pose :

$$H(ax) = \frac{H(ax)}{H_0} \cdot H_0 = h(x) \cdot H_0$$

(par exemple pour $H(z) = \frac{H_0}{(1 + z^2/a^2)^\mu}$ (*), il vient : $h(x) = \frac{1}{(1 + x^2)^\mu}$).

Il vient :

$$(3) y'' + k^2 h^2(x) \cdot y = 0 \quad \text{avec } k^2 = \frac{e H_0^2 \cdot a^2}{8 \text{ mV}}$$

la dérivée y'' étant prise par rapport à x. Le coefficient k^2 est couramment employé dans l'optique des lentilles magnétiques.

Transformation de (2). - Rappelons que toute équation différentielle du second ordre de la forme $r'' + P \cdot r' + Q = 0$ peut se mettre par le changement de variable $r = R \cdot w$, sous la forme dite normale :

$R'' + I \cdot R = 0$ où $I = -P'/2 - P^2/4 + Q$ et où w est défini par l'équation différentielle du premier ordre : $2 w' + Pw = 0$.

Cette théorie appliquée à (2) donne immédiatement :

$$I = 3/16 \cdot (\phi'/\phi)^2 \cdot R = 0 \quad \text{et } w = \phi^{-1/4}$$

de sorte que le changement de variable : $r = R \cdot \phi^{-1/4}$ donne :

$$(4) R'' + 3/16 \cdot (\phi'/\phi)^2 \cdot R = 0$$

La dérivée R'' est prise ici par rapport à z.

Les équations (3) et (4) ont maintenant la forme normale de l'équation du second ordre, soit :

$$(5) f''(t) + a(t) \cdot f(t) = 0$$

Les solutions de (3) et (4) auront des expressions semblables.

(8) P. Chanson, Thèse et W.A. Le Rütte, Thèse.

(*) L'exposant μ est choisi pour approcher la courbe expérimentale.

Réolvons (5). Dans le cas général, il faut appliquer la méthode par approximations successives. Posons :

$$(6) f = f_1 \quad \text{et} \quad f'_1 = f_2$$

On a immédiatement le système différentiel :

$$\begin{cases} f'_1 = f_2 \\ f'_2 = -a(t) \cdot f_1 \end{cases}$$

Pour l'intégrer, écrivons le sous la forme matricielle en posant :

$$X(t) = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad A(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a(t) & 0 \end{pmatrix}$$

(6) devient l'équation différentielle matricielle :

$$(7) \frac{dX(t)}{dt} = A(t) \cdot X(t)$$

Intégrons (7) :

$$X(t) = X_0 + \int_{t_0}^t A(u) \cdot X(u) du, \quad \text{avec} \quad X_0 = \begin{pmatrix} f_1(t_0) \\ f_2(t_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{10} \\ f_{20} \end{pmatrix}$$

Le 2ème stade d'intégration donne :

$$\begin{aligned} X(t) &= X_0 + \int_{t_0}^t A(u) \cdot \left(X_0 + \int_{t_0}^u A(u) \cdot X(u) du \right) du \\ X(t) &= \left(1 + \int_{t_0}^t A(u) du \right) \cdot X_0 + \int_{t_0}^t A(u) du \int_{t_0}^u A(u_1) \cdot X(u_1) du_1 \end{aligned}$$

En continuant ainsi, on obtient le développement en série de matrices :

$$(8) X(t) = \left(1 + \int_{t_0}^t A(u) du + \int_{t_0}^t A(u) du \int_{t_0}^u A(u_1) du_1 + \int_{t_0}^t A(u) du \int_{t_0}^u A(u_1) du_1 \int_{t_0}^{u_1} A(u_2) du_2 + \dots \right) X_0$$

Il suffit d'expliciter (8) en y portant la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a & 0 \end{pmatrix}. \quad \text{On trouve :}$$

$$X(t) = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & t-t_0 \\ -\int_{t_0}^t a(u) du & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\int_{t_0}^t du \int_{t_0}^u a(u_1) du_1 & 0 \\ 0 & -\int_{t_0}^t a(u)(u-t_0) du \end{pmatrix} + \dots \right) X_0$$

Prenons pour X_0 la matrice $\begin{pmatrix} f_{10} \\ 0 \end{pmatrix}$ qui exprime que le rayon entre dans la lentille parallèlement à l'axe, et on obtient :

$$\begin{aligned} (9) \quad f_1(t) &= f_{10} \left(1 - \int_{t_0}^t du \int_{t_0}^u a(u_1) du_1 + \int_{t_0}^t du \int_{t_0}^u a(u_1) du_1 \int_{t_0}^{u_1} du_2 \int_{t_0}^{u_2} a(u_3) du_3 + \dots \right) \\ f_2(t) &= f'_1(t) = f_{10} \left(-\int_{t_0}^t a(u) du + \int_{t_0}^t a(u) du \int_{t_0}^u du_1 \int_{t_0}^{u_1} a(u_2) du_2 - \int_{t_0}^t a(u) du \int_{t_0}^u du_1 \int_{t_0}^{u_1} a(u_2) du_2 \int_{t_0}^{u_2} du_3 \int_{t_0}^{u_3} a(u_4) du_4 + \dots \right) \end{aligned}$$

Revenons maintenant aux variables particulières, c'est-à-dire :

1) dans le cas magnétique :

$$(10) f(t) = y(x), f_{10} = y_0, f_{20} = y'_0 = 0, a(s) = k^2 h^2(s)$$

2) dans le cas électrostatique :

$$(11) f(t) = R(z), f_{10} = R_0, f_{20} = R'_0 = 0, a(s) = \left(\frac{\phi'(s)}{\phi(s)}\right)^2$$

La solution (9) devient :

1) pour la lentille magnétique :

$$(12) \begin{aligned} a) y &= y_0 \left(1 - k^2 \int_{-\infty}^x du \int_{-\infty}^u h^2(u_1) du_1 + k^4 \int_{-\infty}^x du \int_{-\infty}^u h^2(u_1) du_1 \int_{-\infty}^{u_1} du_2 \int_{-\infty}^{u_2} h^2(u_3) du_3 \dots \right) \\ b) y' &= y_0 \left(-k^2 \int_{-\infty}^x h^2(u) du + k^4 \int_{-\infty}^x h^2(u) du \int_{-\infty}^u du_1 \int_{-\infty}^{u_1} h^2(u_2) du_2 \dots \right) \end{aligned}$$

et comme $1/F = -\frac{y'(x)}{y_0}$, x étant la valeur qui annule (12a), c'est-à-dire l'abscisse du foyer F , on a finalement :

$$(13) \begin{aligned} a) y &= y_0 (1 - a_1 k^2 + a_2 k^4 - a_3 k^6 + \dots) \text{ et} \\ b) \frac{1}{F} &= b_1 k^2 - b_2 k^4 + b_3 k^6 - b_4 k^8 + \dots \end{aligned}$$

où y et $1/F$ sont mesurés avec l'unité a .

Ces expressions ont été données sous la forme (13) par Le Poole ⁽²⁾

2) pour la lentille électrostatique :

$$(14) \begin{aligned} a) R &= R_0 \left(1 - \frac{3}{16} \int_{-\infty}^z du \int_{-\infty}^u \frac{\phi'^2}{\phi^2} du + \left(\frac{3}{16}\right)^2 \int_{-\infty}^z du \int_{-\infty}^u \frac{\phi'^2}{\phi^2} du_1 \int_{-\infty}^{u_1} du_2 \int_{-\infty}^{u_2} \frac{\phi'^2}{\phi^2} du_3 \dots \right) \\ b) R' &= R_0 \left(-\frac{3}{16} \int_{-\infty}^z \frac{\phi'^2}{\phi^2} du + \left(\frac{3}{16}\right)^2 \int_{-\infty}^z \frac{\phi'^2}{\phi^2} du \int_{-\infty}^u du_1 \int_{-\infty}^{u_1} \frac{\phi'^2}{\phi^2} du_2 - \dots \right) \end{aligned}$$

Ici on a : $1/F = -\frac{r'(z)}{r_0} = -\frac{R'(z)}{R_0} \left(\frac{\phi(z)}{\phi_0}\right)^{-1/4}$ où z est la valeur qui annule (14a), c'est-à-dire l'abscisse du foyer F . Cependant si on se place dans le cas d'une lentille faible, on a $\phi(z) = \phi_0$ et

$$(15) \frac{1}{F} = -\frac{R'(z)}{R_0} = \frac{3}{16} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\phi'^2}{\phi^2} dz - \left(\frac{3}{16}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\phi'^2}{\phi^2} dz \int_{-\infty}^z dz \int_{-\infty}^z \frac{\phi'^2}{\phi^2} dz + \dots$$

Transformons (15). D'après la fig. 2, on a : $\phi = \phi_0 - U$ avec $U = U_0 f(z)$ et $f(z)$ plus petit ou égal à 1. De sorte que le potentiel $\phi(z)$ qui entre dans (15) est :

$$(16) \phi = \phi_0 (1 - K f(z)); K = \frac{U_0}{\phi_0} \text{ d'où : } \frac{\phi'}{\phi} = -K \frac{f'}{1 - K f}$$

Dans le cas des lentilles faibles où nous nous plaçons, K est petit.

$$\frac{\phi'}{\phi} = -Kf'(1 + Kf + K^2f^2 + K^3f^3 + \dots)$$

$$(17) \left(\frac{\phi'}{\phi}\right)^2 = K^2f'^2 + 2K^3f'^2f + 3K^4f'^2f^2 + 4K^5f'^2f^3 + \dots$$

Avec cette expression (17), (15) devient :

$$(18) \frac{1}{F} = \frac{3}{16} K^2 \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2 dz + 2K \int_{-\infty}^{+\infty} f'^2 f dz + 3K^2 \int_{-\infty}^{+\infty} f'^2 f^2 dz + 4K^3 \int_{-\infty}^{+\infty} f'^2 f^3 dz + \dots \right) \\ - \frac{9}{256} K^4 \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2 dz \int_{-\infty}^z dz \int_{-\infty}^z f'^2 dz + 2K \int_{-\infty}^{+\infty} f'^2 dz \int_{-\infty}^z dz \int_{-\infty}^z f'^2 f dz + \dots \right)$$

L'expression a été donnée sous cette forme par W.A. Le Rütte ⁽⁸⁾ Dans (18), $K = U_0/\phi_0$ ne dépend que des tensions appliquées et les intégrales que de la géométrie de la lentille. Nous écrivons par analogie avec (13b) :

$$(19) \frac{1}{F} = \frac{3}{16} K^2 ((b_1 + 2Kb_2 + 3K^2b_3 + 4K^3b_4 + \dots) - \frac{3}{16} K^2 (b_1' + 2Kb_2' + \dots))$$

Voyons la légitimité des approximations qu'on peut faire en n'employant que quelques termes du développement de (13) et (19).

Au chapitre 1, formule (10), nous avons employé la formule :

$$1/f = \frac{e}{8 mV} \int_{-\infty}^{+\infty} H^2(z) dz$$

Ce n'est que le premier terme du développement (13), soit :

$$(20) \frac{1}{F} = k^2 \int_{-\infty}^{+\infty} h^2(x) dx \quad (1' \text{ unité étant } a)$$

On peut négliger les autres termes si k^2 est suffisamment petit, voyons l'exemple de la lentille calculée au chapitre 2.

2a est de l'ordre de la plus grande dimension (b ou d) des pièces polaires (la grandeur 2a est indiquée sur la figure 1, p. 35)

Admettons $a = 4$ cm et f (distance focale) = 56 cm. On a donc $a/f = 1/14$ soit 0,0714. Supposons que le champ soit de la forme de Glaser c'est à-dire $H = \frac{H_0}{1 + z^2/a^2}$ ou bien $h(x) = \frac{1}{1 + x^2}$; (13b) prend l'expression simple :

$$(21) \frac{1}{F} = \frac{a}{f} = \sin \frac{\pi}{\sqrt{1 + k^2}}, \quad \text{tandis que (20) s'écrit :}$$

$$(22) \frac{1}{F'} = \frac{a}{f'} = \frac{\pi}{2} k^2$$

avec $a/f = 0,0714$, l'expression (21) donne $k^2 = 0,047$. Cette valeur de k^2 portée dans (22) donne : $1/F' = a/f' = 0,738$. Cette valeur diffère de la valeur 0,0714 de 3 % en valeur relative. La première appro-

ximation (20) est acceptable pour calculer la condition d'achromatisme. Voyons maintenant le cas de la lentille électrostatique faible. Comme dans le cas précédent, on peut prendre une forme de potentiel qui permette l'intégration, par exemple une fonction :

$$(23) \phi(z) = \phi_0 (1 - K \cos^2 \frac{\pi}{2} \frac{z}{q})$$

On peut calculer les termes $b_1, b_2 \dots, b_1', b_2' \dots$ de (19). On trouve :

$$\frac{1}{F} = 0,462 \frac{K^2}{q} ((1 + K + 0,937K^2 + 0,875K^3 + \dots) - (0,744K^2 + \dots))$$

Cette formule montre que si on néglige la 2ème intégrale de la formule (15), on commet en 1ère approximation, une erreur voisine de $\frac{K^2}{1+K}$ en valeur relative. Par exemple pour $K = 0,3$, on a $\frac{K^2}{1+K}$ très peu différent de 7 %. En tenant compte du terme $- 0,744 K^2$, l'erreur est de quelques dixièmes de $K^3/(1+K)$. Pour $K = 0,3$, $K^3/(1+K)$ est très peu différent de 2 %. On admettra donc que, pour un potentiel donné par (23), la formule :

$$(24) 1/F = 0,462 K^2/q (1 + K + 0,193 K^2)$$

donne la distance focale d'une lentille électrostatique avec une précision de 1 % si K est voisin de 0,3, et meilleure que 1 % si K est plus petit que 0,3.

Plass (6) a indiqué que, si le potentiel le long de l'axe est donné par :

$$(25) \phi(z) = \phi_0 + A(\exp.(-\frac{(z + 0,80)^2}{2}) + \exp.(-\frac{(z - 0,80)^2}{2})),$$

la lentille a une aberration sphérique minimum.

Le même auteur a donné un réseau d'équipotentiellles correspondant à 0,2 A, 0,4 A, Par exemple l'électrode centrale de la fig. 24 est confondue avec l'équipotentielle 1,6 A. Son potentiel ϕ_m est donc 1,6 A.

Nous avons calculé que la fonction :

$$\exp.(-\frac{(z + 0,80)^2}{2}) + \exp.(-\frac{(z - 0,80)^2}{2}))$$

est approchée à mieux de 1 % près par la fonction : $1,452 \cos^2(\frac{\pi}{2} \frac{z}{3,4})$.

Posons $A = -\frac{U_0}{1,425}$, de sorte que (25) s'écrit, avec une bonne approximation :

$$(26) \phi(z) = \phi_0 - U_0 \cos^2 \pi/2 \cdot z/3,4 = \phi_0 (1 - U_0/\phi_0 \cos^2 \pi/2 \cdot z/3,4)$$

Cette expression n'est autre que (23) avec $q = 3,4$ cm. Avec cette valeur $q = 3,4$ cm et prenant par exemple $K = 0,35$, on peut immédiatement

calculer avec (24) : $F = 43,8$ cm. Le potentiel ϕ_m de l'électrode centrale est par ex. $1,6 A = -1,6/1,425 U_0 = -1,6/1,425 U_0/\phi_0$. ϕ_0 égale $-1,6/1,425 \cdot 0,35 \cdot \phi_0$ très peu différent de $0,4 \phi_0$. Si $\phi_0 = 45$ kV, $\phi_m = 18$ kV.

Disons pour terminer que nous avons calculé en fonction de K , la condition d'achromatisme (58) (p. 31). Nous avons trouvé :

$$a + b = 5 ab/F(1 + 2/5 \cdot \frac{K^3 + 2 \cdot 0,193 K^4 + \dots}{K^2 + K^3 + 0,193 K^4 + \dots})$$

Avec $K = 0,35$, il vient :

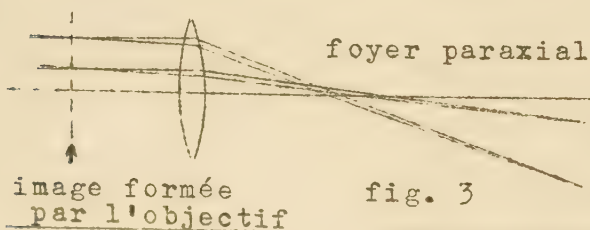
$a + b = 55/10 \cdot ab/F$. Si on désire satisfaire à la condition de focalisation : $b = F$, on trouve :

$$a = 10/45 \cdot F = 10/45 \cdot 43,8 = 9,7 \text{ cm.}$$

Sur la distorsion des lentilles magnétiques

La distorsion a été très étudiée en microscopie électronique car c'est un défaut très apparent sur les images prises aux faibles grossissements, c'est-à-dire avec un grand champ. Il est souvent très intéressant de couvrir en une seule image un champ important de l'objet. Dans ces conditions, la correction de la distorsion du projecteur du microscope s'impose. La première étude fondamentale sur la correction de la distorsion a été faite par Hillier ⁽⁹⁾ et son calcul est applicable au cas de systèmes sans distorsion en diffraction électronique.

1) Origine de la distorsion.- La distorsion est une aberration de champ. Sa mise en évidence suppose des pinceaux d'ouverture négligeable mais fortement localisés dans les lentilles. Prenons par exemple le cas d'un projecteur de microscope. Les pinceaux qui aboutissent en chaque point de l'image formée par l'objectif ont une ouverture faible (de l'ordre de 10^{-5} radian). Par ailleurs, cette image intermédiaire occupe un champ important en avant de la lentille projecteur (par exemple 1 à plusieurs mm). Enfin les pinceaux arrivent quasi parallèlement à l'axe. Pour une lentille dont le trou a seulement 2 ou 3 mm de diamètre, on voit que les pinceaux le remplissent entièrement. Chaque pinceau passe dans une petite région de la lentille et l'ensemble peut être considéré comme un système de rayons parallèles. Ils sont principalement soumis à l'aberration sphérique (fig. 3), de sorte que l'aberration du champ devient une aberration d'ouverture. La distorsion est principalement due à l'aberration sphérique, ce qui est paradoxal en un sens car distorsion et aberration sphérique ne sont pas les mêmes aberrations. La distorsion observée dans le pro-



jecteur du microscope électronique est une distorsion en coussinet, la distorsion observée dans les images de diffraction électronique, avec une seule lentille

⁽⁹⁾ J. Hillier.- J. Appl. Phys. 17, 1946, 411.

interposée entre objet et écran est une distorsion en barillet. La différence vient du fait que les pinceaux coupent l'axe optique dans le cas du projecteur.

2) Correction de la distorsion en diffraction électronique.-

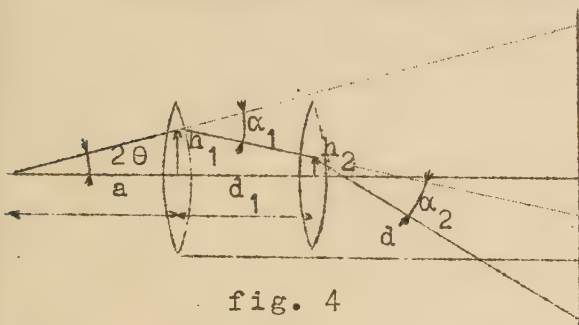


fig. 4

Avec la notation de la figure 4. on peut, en faisant les approximations :

$$\alpha_1 = h_1/f_1 \quad \text{et} \quad \alpha_2 = h_2/f_2 ,$$

calculer r'_1 en fonction de h_1 .

On trouve :

$$(1) \quad \frac{r'_1}{h_1} = 1 + d/a - d/f_1 + \frac{(a + d_1)(d - d_1)}{af_2} + \frac{d_1(d - d_1)}{f_1 f_2}$$

f_1 et f_2 désignent les distances focales (non paraxiales) correspondant respectivement aux hauteurs d'incidence h_1 et h_2 . Si f_{10} et f_{20} désignent les distances focales paraxiales, on a les relations :

$$(2) \quad \begin{aligned} f_1 &= f_{10}(1 - k_1 h_1^2) \\ f_2 &= f_{20}(1 - k_2 h_2^2) \end{aligned}$$

qui tiennent compte de la variation de la distance focale due à l'aberration sphérique. Portant ces valeurs (2) dans (1), on trouve :

$$\begin{aligned} \frac{r'_1}{h_1} &= 1 + d/a - d/f_{10} - \frac{(a + d_1)(d - d_1)}{af_{20}} + \frac{d_1(d - d_1)}{f_{10}f_{20}} + \left(\frac{d_1(d - d_1)}{f_{10}f_{20}} \right. \\ &\quad \left. - d/f_{10} \right) k_1 h_1^2 + \left(\frac{d_1(d - d_1)}{f_{10}f_{20}} + \frac{(a + d_1)(d - d_1)}{af_{20}} \right) k_2 h_2^2 \end{aligned}$$

c'est-à-dire que r'_1/h_1 a la forme : $A_0 + A_1 k_1 h_1^2 + A_2 k_2 h_2^2$

Corriger la distorsion, c'est rendre r'_1/h_1 indépendant de l'aberration sphérique des deux lentilles. Deux solutions sont possibles.

1) on pose $A_1 = A_2 = 0$, c'est ce qu'on fait pour calculer un projecteur sans distorsion.

2) on pose $A_1 k_1 h_1^2 + A_2 k_2 h_2^2 = 0$, c'est ce qu'on fait pour calculer un système de lentilles sans distorsion en diffraction électronique.

On a alors dans les deux cas :

$$(3) \quad r'_1/h_1 = A_0$$

(3) est le "grandissement" du système corrigé. Nous voulons donc, dans le cas de la diffraction :

$$(4) \left(\frac{d_1(d - d_1)}{f_{10}f_{20}} - d/f_{10} \right) k_1 h_1^2 + \left(\frac{d_1(d - d_1)}{f_{10}f_{20}} - \frac{(a + d_1)(d - d_1)}{af_{20}} \right) k_2 h_2^2 = 0$$

Dans (4), on peut porter les valeurs (24) et (25) du chapitre 1, de a et d . On trouve, après quelques calculs faciles :

$$(5) k_1/k_2 = f_2^2 \frac{(d_1 - f_1)(d_1 + f_1)^3}{(2d_1^2 - 2d_1f_1 + f_1f_2)^3}$$

C'est la relation qui donne un système sans distorsion. (5) demande, pour pouvoir être utilisée, la connaissance des coefficients k_1 et k_2 . Ce coefficient k est d'un emploi commode dans les calculs, aussi sa connaissance est très importante. On a constaté qu'il est indépendant de la distance focale pourvu que la lentille puisse être considérée comme mince. En particulier J.B. Le Poole a donné la formule simple :

$$\frac{\Delta f}{f} = 2,4 \frac{h^2}{b^2 + d^2} \quad \text{dont on a fait usage au début du chapitre 2.}$$

En posant $b^2 + d^2 = c^2$, on a :

$$(6) f = f_0(1 - 2,4 h^2/c^2)$$

Pour terminer cette étude sur la distorsion, nous allons examiner un problème qui s'est posé au chapitre 2. Etant donné que la lentille autostabilisée que nous avons décrite est constituée de deux lentilles faibles (mais trop faibles pour corriger la distorsion), on peut se demander cependant si, pour un système de puissance donnée, il y a avantage à distribuer la puissance des deux lentilles de façon à rendre l'aberration minimum; traitons ce problème. En comptant positivement les angles α dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre (sens négatif), nous appellerons distorsion totale, la variation

$$(7) d\alpha = d\alpha_1 + d\alpha_2 \quad (\text{figure 5})$$

Le traitement n'est pas absolument correct, mais suffisant pour donner des résultats intéressants. Pour traiter le problème rigoureusement, il faudrait chercher

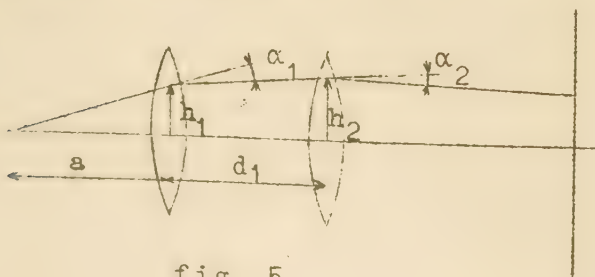


fig. 5

le minimum de $A_1 k_1 h_1^2 + A_2 k_2 h_2^2$, mais l'emploi de (7) conduit à des résultats simples, on a :

$$\alpha_1 = h_1/f_1, \text{ d'où } d\alpha_1 = -h_1/f_1 \cdot df_1/f_1 = h_1/f_1 \cdot 2,4 \frac{h_1^2}{c_1^2}$$

$$(8) \quad d\alpha_1 = 2,4 \frac{h_1^3}{f_1 c_1^2}$$

$$\alpha_2 = h_2/f_2, \text{ d'où } d\alpha_2 = dh_2/f_2 - h_2/f_2 \cdot df_2/f_2 = -d\alpha_1 \cdot \frac{d_1}{f_2} - h_2/f_2 \cdot \frac{df_2}{f_2}$$

$$(9) \quad d\alpha_2 = 2,4 \frac{h_2^3}{f_2 c_2^2} - 2,4 \frac{h_1^3}{f_1 c_1^2} \cdot d_1/f_2$$

$$(7) \text{ devient : } d\alpha = 2,4 \frac{h_1^3}{f_1 c_1^2} + 2,4 \frac{h_2^3}{f_2 c_2^2} - 2,4 \frac{h_1^3}{f_1 c_1^2} \cdot d_1/f_2$$

D'après la formule (30) du chapitre 2, f et c sont proportionnels. Il faut donc chercher si l'expression :

$$(10) \quad \frac{h_1^3}{f_1^3} + \frac{h_2^3}{f_2^3} - \frac{h_1^3 d_1}{f_1^3 f_2} \quad \text{a un minimum.}$$

Posons en première approximation : $1/f_1 + 1/f_2 = A$. (10) s'exprime seulement en fonction de $1/f_2$. En calculant la dérivée de cette expression par rapport à f_2 et l'annulant, on trouve :

$$(11) \quad (h_1/h_2)^3 = (f_2/f_1)^2 (1 + 1/3 d_1/f_1 - d_1/f_2)$$

La relation (11) montre que pour obtenir le minimum de la distorsion la distribution des distances focales dépend du rapport des hauteurs d'incidence dans chaque lentille. Ceci explique que la lentille de la figure 26 a deux trous de diamètre différent.

- DEUXIEME THESE -

Propositions données par la Faculté :

ANALYSE DES VITESSES DES ELECTRONS RAPIDES (5 à 50 kV),
APRES TRAVERSEE DE LA MATIERE

Vu :

Les membres du Jury :

MM. DEJARDIN

COURTY

BERNARD

MOUSSA

Vu et approuvé :

Le Doyen de la Faculté des Sciences

R. DOUIN

Vu et accordé le permis d'imprimer

Lyon, le 24 Juin 1953

Le Recteur

A. ALLIX

